# Las Ondas

# [1] Movimiento Ondulatorio

Un movimiento ondulatorio es la propagación de una perturbación, sin transporte neto de materia pero con transporte de energía.

Una onda es la representación de un movimiento ondulatorio.

# [2] Clases de Ondas

## [2.1] Ondas Mecánicas y Ondas Electromagnéticas

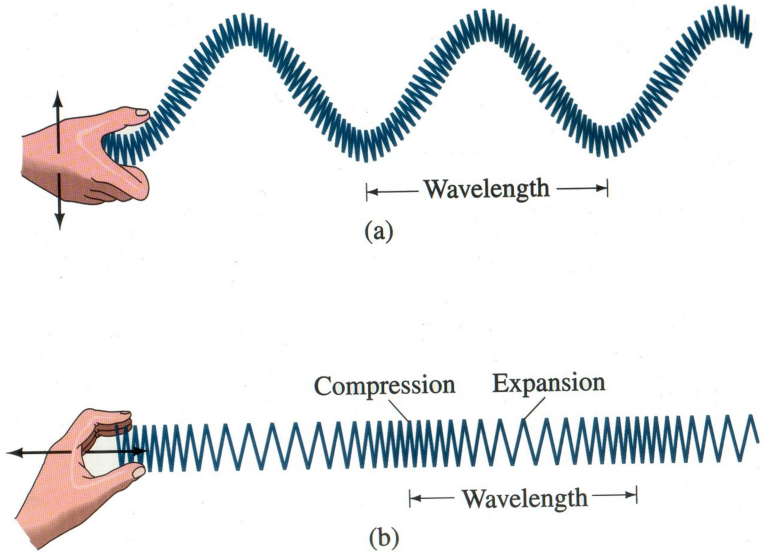
Las ondas mecánicas, como el sonido, requieren un medio material para su propagación. Las partículas del medio se transmiten, unas a otras, energía y cantidad de movimiento, es decir, vibraciones mecánicas.

Las ondas electromagnéticas, como la luz, además de propagarse por medios materiales, pueden propagarse en el vacío. Las ondas electromagnéticas no propagan una vibración mecánica, sino variaciones en la intensidad de un campo eléctrico y otro magnético, lo que permite la propagación en el vacío.

## [2.2] Ondas Transversales y Ondas Longitudinales

En las ondas transversales, como la luz, la dirección de propagación y la dirección de la perturbación son perpendiculares.

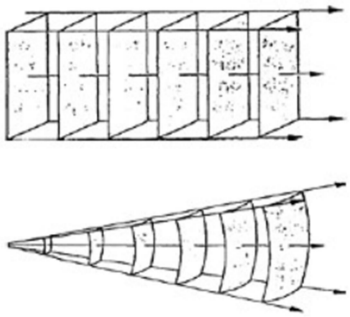
En las ondas longitudinales, como el sonido, la dirección de propagación coincide con la dirección de la perturbación. A veces, las ondas longitudinales se denominan ondas de presión.



## [2.3] Ondas Planas y Ondas Esféricas

El frente de onda de una onda es el lugar geométrico de los puntos que, en un instante dado, tienen el mismo estado de vibración, es decir, que son afectados por la perturbación en el mismo momento.

Un rayo es la línea perpendicular a los frentes de onda que nos indica, mediante una punta de flecha, la dirección y el sentido de propagación de la onda.



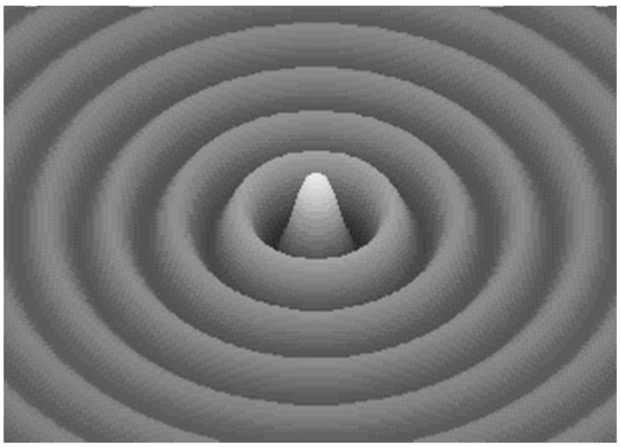
La perturbación propagada por una onda tiene siempre dirección perpendicular a los frentes de onda.

Una onda plana, como la generada en la superficie de un líquido, es aquella cuyo frente de onda es un plano o está contenido en un plano.

Una onda esférica, como el sonido, es aquella cuyo frente de onda es una superficie esférica.

## [2.4] Ondas Unidimensionales, Bidimensionales y Tridimensionales

Dependiendo de las dimensiones en que se propaga, una onda puede ser unidimensional, como la que se transmite a través de una cuerda, bidimensional, como la producida en la superficie de un líquido, o tridimensional, como las ondas esféricas.



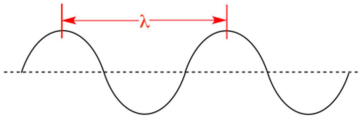
## [3] Magnitudes Características del Movimiento Ondulatorio

### Longitud de Onda

$\lambda$

Es la distancia entre dos puntos consecutivos que se encuentran en el mismo estado de vibración.

Su unidad es el metro (m).




### Elongación

$y$

Es la distancia que, en un instante dado, separa a una partícula de la posición de equilibrio.

Su unidad es el metro (m).

### Amplitud

$A$

Es el valor máximo de la elongación de las partículas del medio en su oscilación.

Su unidad es el metro (m).

### Período

$T$

Es el tiempo que tarda la onda en recorrer una distancia igual a la longitud de onda.

Su unidad es el segundo (s).

### Frecuencia

$f$

Es el número de oscilaciones efectuadas en la unidad de tiempo.

Su unidad es el hercio (Hz).

### Número de Ondas

$k$

Se define como $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

Su unidad es $m^{-1}$

### Frecuencia Angular o Pulsación

$\omega$

Se define como $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot f$

Su unidad es radianes por segundo (rad/s).

### Velocidad de Propagación

$v$

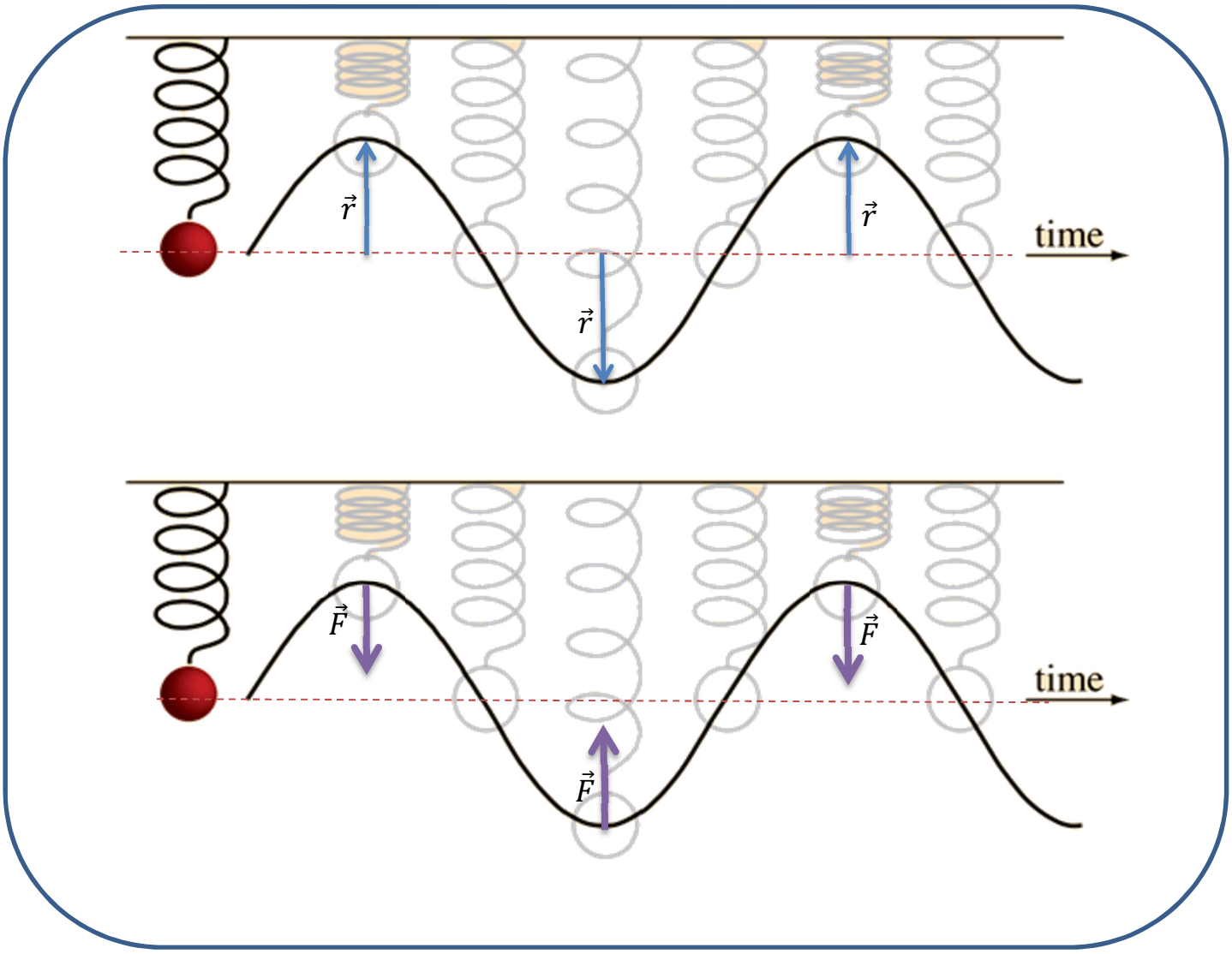
Se define como $v = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot f$

Su unidad es metros por segundo (m/s).

## [4] Las Ondas Armónicas

Una partícula describe un movimiento vibratorio cuando se desplaza, sucesivamente, a un lado y a otro de su posición de equilibrio, repitiendo a intervalos regulares de tiempo, el valor de sus variables cinemáticas (posición, velocidad, aceleración).

El movimiento vibratorio de un cuerpo, o de una partícula, sobre una trayectoria recta, se denomina movimiento armónico simple (m.a.s.) cuando el cuerpo está sometido a la acción de una fuerza de atracción proporcional al vector de posición, con origen en el punto de equilibrio, y de sentido contrario a dicho vector de posición. Es decir, la fuerza tiene la dirección del vector de posición, sentido contrario y es proporcional al vector de posición: $\vec{F} = -K \cdot \vec{r}$




Si la perturbación que propaga una onda es un movimiento armónico simple (m.a.s.), la onda se denomina onda armónica.

## [4.1] Ecuación de las Ondas Armónicas

$$y(x,t) = A \cdot sen(\omega \cdot t - k \cdot x + \varphi_0)$$

| | |
|---|---|
| $y$ | es la elongación, en función del tiempo (t) y de la posición (x). |
| $A$ | es la amplitud. |
| $\varphi=(\omega \cdot t-k \cdot x)$ | es la fase de la onda. |
| $\omega$ | es la pulsación o frecuencia angular. |
| $k$ | es el número de onda. |
| $\varphi_0$ | es la fase inicial. |

El signo positivo ( - ) hace referencia a una onda armónica que se desplaza en el eje X hacia la derecha. Si el desplazamiento fuera hacia la izquierda, el signo sería positivo ( + ).

Sustituyendo las expresiones de la pulsación y del número de ondas, la ecuación queda:

$$y = A \cdot sen\left[2\pi \cdot \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) + \varphi_0\right]$$

La ecuación de una onda armónica también suele llamarse función de onda.

La ecuación de una onda armónica también puede escribirse utilizando la función trigonométrica coseno:

$$y(x,t) = A \cdot \cos(\omega \cdot t - k \cdot x + \varphi_0)$$

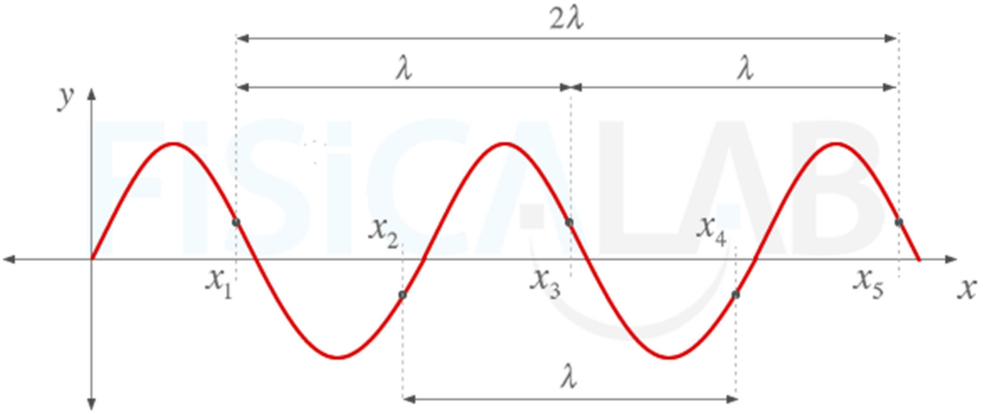
El uso de una u otra función es simplemente una cuestión de conveniencia.

Cuando la diferencia de fase entre dos situaciones es $\Delta\varphi=2\pi$ rad sus estados de vibración son idénticos y la situación se denomina "estar en fase". Si la diferencia de fase es $\Delta\varphi=\pi$ rad la situación se denomina "estar en oposición de fase".

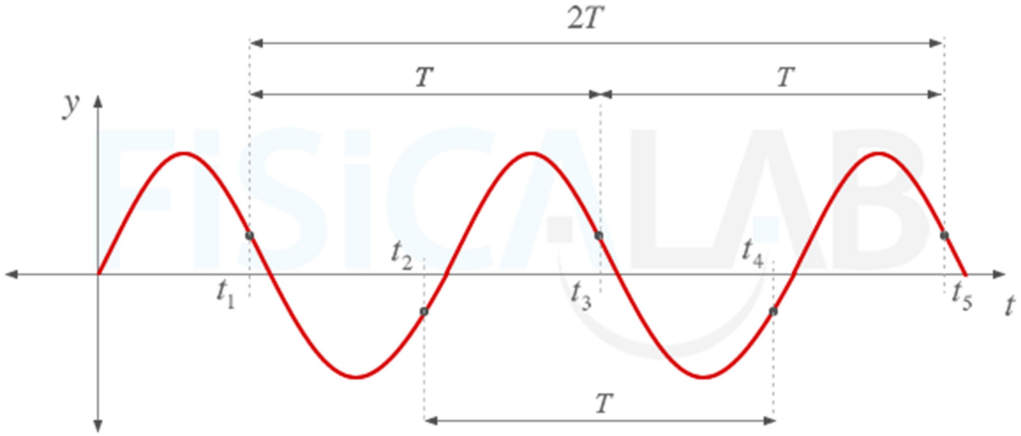
## [4.2] Doble Periodicidad de la Ecuación de Onda

La expresión matemática de la función de onda representa una función doblemente periódica: respecto a la posición (x) y respecto al tiempo (t).

- Periodicidad Espacial. Una onda armónica es periódica en el espacio porque el valor de la elongación de las partículas de la onda se repite cada cierta distancia, denominada longitud de onda, y en cualquier múltiplo entero de la misma. Si en la función de onda se fija el valor del tiempo, la función proporciona la elongación, en un instante determinado, de cada uno de los puntos del eje X. La ecuación describe la forma de la onda en dicho instante.




- Periodicidad Temporal. Una onda armónica es periódica en el tiempo porque el valor de la elongación de las partículas se repite cada cierto tiempo, denominado período, y para cualquier múltiplo entero del mismo. Si en la función de onda se fija el valor de la posición, la función proporciona la elongación de la partícula con el paso del tiempo.



## [4.3] Energía de una Onda Armónica

Cuando una onda armónica llega a una partícula del medio por el que se propaga, esta partícula se ve sometida a un movimiento armónico simple (m.a.s.) y tendrá energía cinética, porque está en movimiento, y energía potencial elástica, porque el movimiento armónico es consecuencia de la acción de una fuerza conservativa.

En los puntos de máxima elongación toda la energía mecánica de la partícula es energía potencial elástica y cuando la partícula pasa por la posición de equilibrio toda la energía mecánica es energía cinética. Por tanto, la energía mecánica en el punto de equilibrio será:

$$E_{mecánica} = E_{cinética} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{máxima}^2$$

Para el m.a.s. se tiene que: $x = A \cdot sen(\omega \cdot t)$

$$v = \frac{dx}{dt} = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

$$v_{máxima} = A \cdot \omega$$

$$E_m = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{máxima}^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot A^2 \cdot \omega^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot A^2 \cdot \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = 2 \cdot \pi^2 \cdot m \cdot A^2 \cdot \frac{1}{T^2}$$

$$E_{mecánica} = 2 \cdot \pi^2 \cdot m \cdot A^2 \cdot f^2$$

La energía mecánica transmitida por una onda armónica es proporcional al cuadrado de la amplitud de la onda y al cuadrado de la frecuencia de vibración de las partículas.

## [5] Intensidad de una Onda

La intensidad de una onda en un punto es la energía que se propaga por unidad de tiempo y por unidad de superficie normal a la dirección de propagación en dicho punto. Su unidad es vatio por metro cuadrado ($W/m^2$)

$$I = \frac{E}{t \cdot S}$$

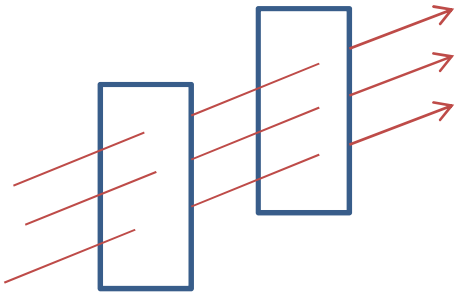
Para un foco emisor de ondas, se denomina potencia emisora a la energía transmitida por unidad de tiempo. Su unidad es el vatio (W).

$$P = \frac{E}{t}$$

Expresando la intensidad en función de la potencia emisora:

$$I = \frac{P}{S}$$

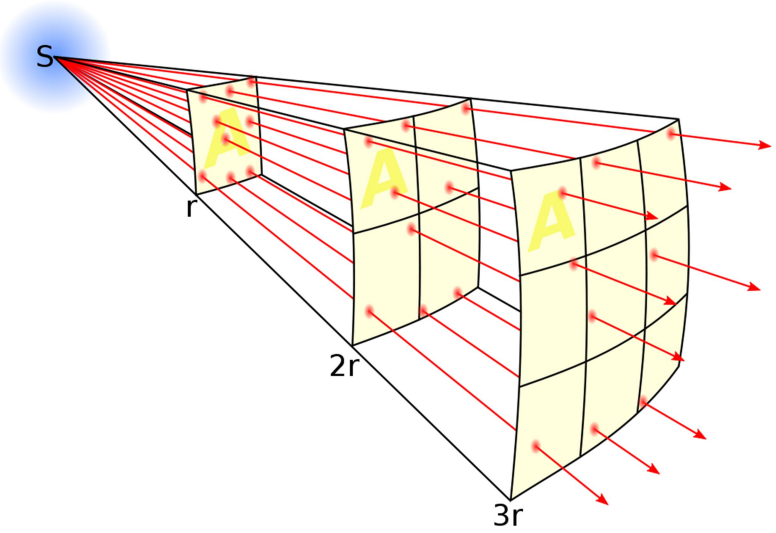
Para una onda plana, que se propaga por un medio homogéneo e isótropo, la energía transportada a través de un plano pasa íntegramente a través de otro plano paralelo y, por tanto, la amplitud y la intensidad de la onda no varían.



Un medio es homogéneo cuando tiene las mismas propiedades en todos sus puntos. Un medio es isótropo cuando sus características físicas no dependen de ninguna dirección.

## [6] Atenuación de una Onda

Se denomina atenuación a la disminución de intensidad y amplitud que experimenta una onda al aumentar la distancia al foco emisor. Se trata de una disminución de intensidad y amplitud debida exclusivamente a factores geométricos.




$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2^2}{R_1^2}$$

La intensidad de una onda esférica disminuye con el cuadrado de la distancia al foco emisor.

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{R_2}{R_1}$$

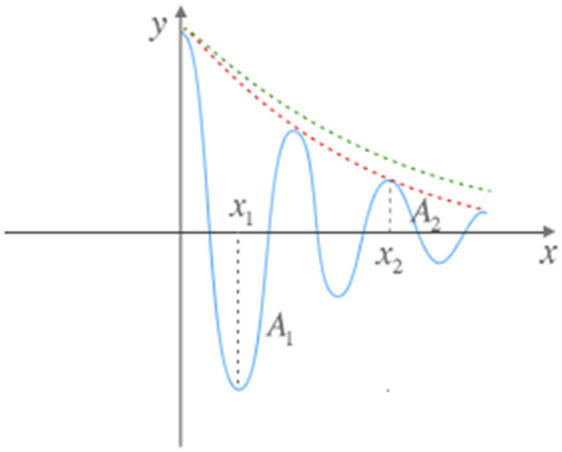
La amplitud de una onda esférica disminuye al aumentar la distancia al foco emisor.

## [7] Absorción de una Onda

Se denomina absorción a la disminución de intensidad y amplitud que experimenta una onda al propagarse a través de un medio.

$$I = I_0 \cdot e^{-\beta \cdot x}$$

La intensidad de una onda decrece exponencialmente con el espesor del medio atravesado.




El fenómeno de absorción también es conocido con el nombre de amortiguamiento.

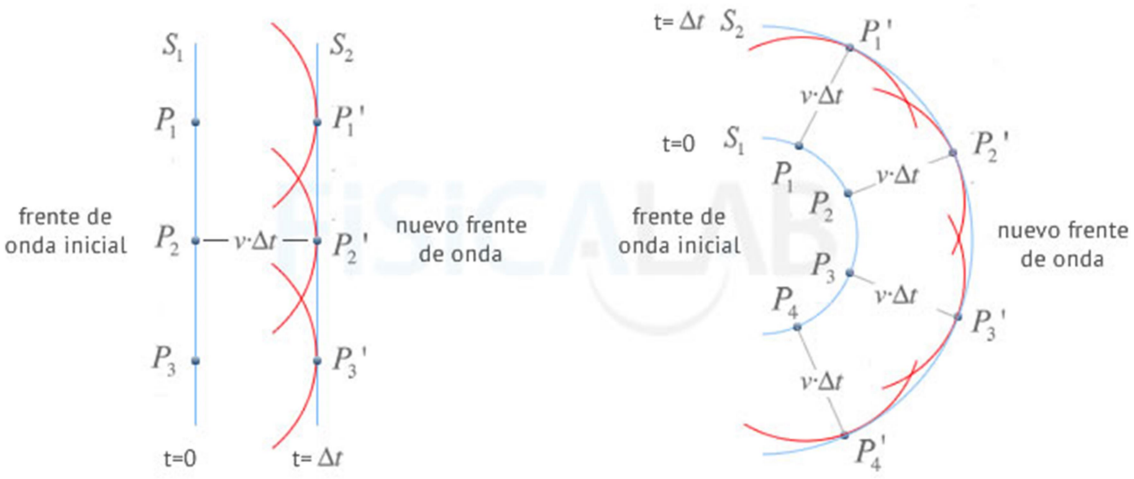
En las ondas mecánicas, la disminución de la amplitud por amortiguamiento puede justificarse por la fricción entre las partículas del medio que provoca pérdidas de energía, fundamentalmente en forma de calor.

## [8] Cómo se Propagan las Ondas. Principio de Huygens

Para comprender algunos de los fenómenos que se observan en la propagación de las ondas es necesario admitir que evolucionan de modo diferente a como lo hacen las partículas.

En 1.678 Huygens propuso un modelo general para explicar la propagación de las ondas. Este modelo es conocido como Principio de Huygens:

Las ondas avanzan de tal modo que todos los puntos de un frente de onda se comportan como focos emisores de ondas secundarias, con las mismas características que las ondas originales. En un instante dado, la envolvente de las ondas secundarias es el nuevo frente de ondas.

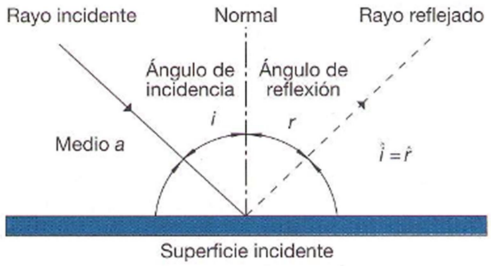


## [9] Reflexión y Refracción

Cuando una onda llega a la superficie de separación entre dos medios puede reflejarse y/o refractarse.

Se denomina reflexión al cambio de dirección y/o sentido que experimenta una onda cuando choca con una superficie lisa y pulimentada, sin cambiar de medio de propagación.

Si la reflexión se produce sobre una superficie rugosa, la onda se refleja en todas direcciones y el fenómeno es conocido como difusión.

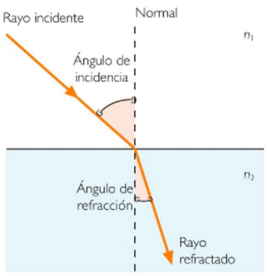



Leyes de la Reflexión:

- El rayo incidente, la normal y el rayo reflejado están en el mismo plano.
- El ángulo de incidencia es igual que el ángulo de reflexión.

$$\hat{\imath} = \hat{r}$$

Se denomina refracción al cambio de dirección de propagación que experimenta una onda al pasar de un medio a otro en el que modifica su velocidad de propagación.



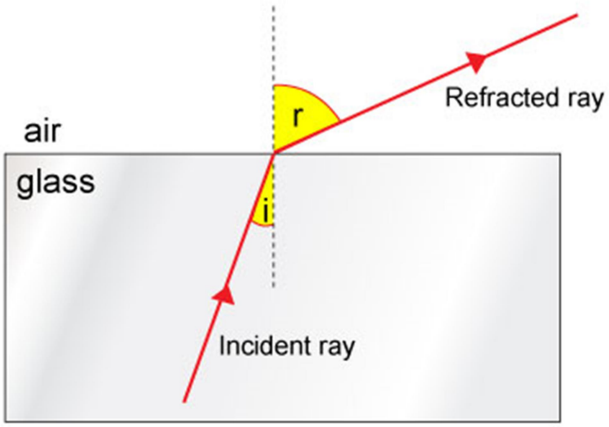

Leyes de la Refracción:

- El rayo incidente, la normal y el rayo refractado están en el mismo plano.
- La relación entre las velocidades de la onda en los dos medios y los ángulos de incidencia y refracción viene dada por la expresión:

$$\frac{sen\ \hat{\imath}}{sen\ \hat{r}} = \frac{v_i}{v_r}$$

Ley de Snell

Cuando una onda pasa de propagarse en un medio a hacerlo en otro diferente, en general, lo hará con velocidad diferente.




La velocidad de propagación de una onda depende de la frecuencia y de la longitud de onda:

$$v = \lambda \cdot f$$

La frecuencia de una onda es característica del foco emisor y no se modifica cuando la onda pasa de un medio a otro. Debe ser, por tanto, la longitud de onda la que se modifica cuando una onda cambia de medio de propagación, justificando así el cambio de velocidad experimentado.

Cuando una onda cambia de medio de propagación, se produce un cambio en su longitud de onda y, por tanto, en su velocidad de propagación, manteniéndose constante la frecuencia de la onda.

## [9.1] Índice de Refracción

Se define el índice de refracción de un medio como la relación entre la velocidad de la luz en el vacío y la velocidad en dicho medio.

$$n = \frac{c}{v}$$

Siendo $c=3\cdot10^8$ m/s

Como la velocidad de la luz en el aire es prácticamente igual a la velocidad en el vacío, se tiene que:

$$n_{aire} = 1$$

Cuanto mayor es el índice de refracción de un medio, menor es la velocidad de la luz en dicho medio y, en general, la velocidad de propagación de cualquier onda.

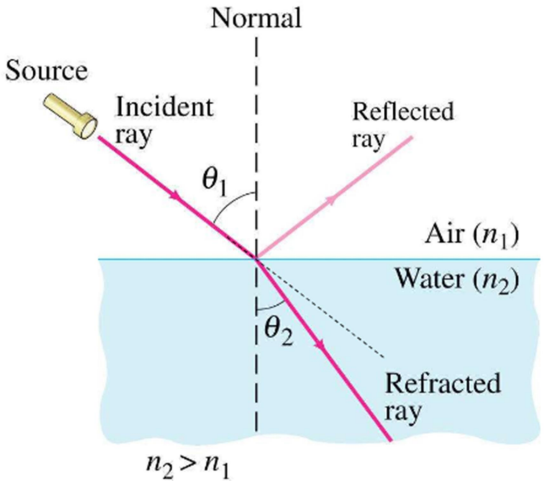
$$v = \frac{c}{n}$$

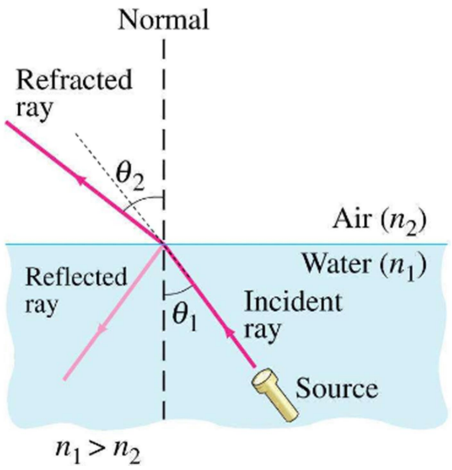
Teniendo en cuenta la definición de índice de refracción, la Ley de Snell queda:

$$\frac{sen\ \hat{\imath}}{sen\ \hat{r}} = \frac{n_2}{n_1}$$

Si $n_2 > n_1$ ➔ $\hat{r} < \hat{\imath}$ El rayo refractado se acerca a la normal.

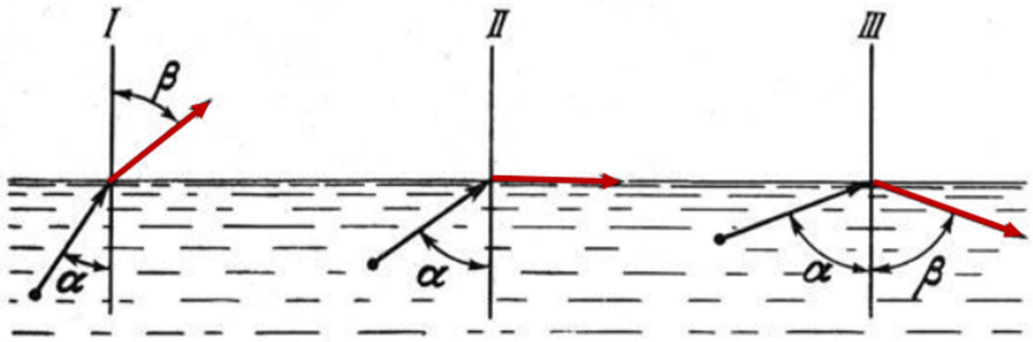
Si $n_2 < n_1$ ➔ $\hat{r} > \hat{\imath}$ El rayo refractado se aleja de la normal.


Normal
Source
Incident ray
Reflected ray
$\theta_1$
Air ($n_1$)
Water ($n_2$)
$\theta_2$
Refracted ray
$n_2 > n_1$


Normal
Refracted ray
$\theta_2$
Air ($n_2$)
Water ($n_1$)
Reflected ray
$\theta_1$
Incident ray
Source
$n_1 > n_2$

## [9.2] Ángulo Límite y Reflexión Total

Si un rayo de luz pasa de un medio a otro en el que se propaga con mayor velocidad, el rayo refractado se aleja de la normal. Para un ángulo de incidencia, denominado ángulo límite, el rayo refractado presenta un ángulo de refracción de 90º. Para ángulos de incidencia mayores que el ángulo límite, el rayo no se refracta sino que se refleja. Este fenómeno es conocido como reflexión total.




El valor del ángulo límite se puede calcular aplicando la Ley de Snell:

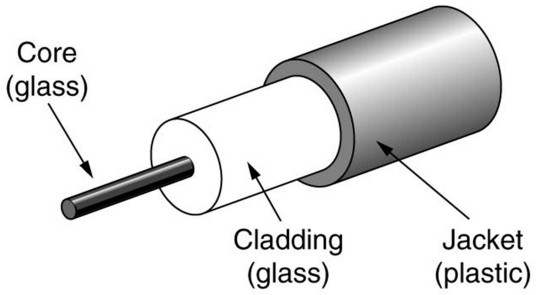
$$\frac{sen\ i}{sen\ r} = \frac{n_2}{n_1} \rightarrow \frac{sen\ L}{sen\ 90º} = \frac{n_2}{n_1} \rightarrow \frac{sen\ L}{1} = \frac{n_2}{n_1} \rightarrow \boxed{sen\ L = \frac{n_2}{n_1}}$$

En el caso de un rayo que pase del agua ($n_1$=1,33) al aire ($n_2$=1) queda:

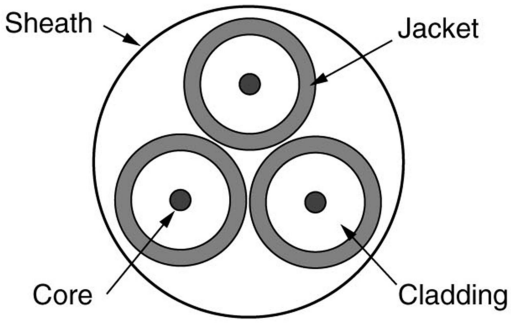
$$sen\ L = \frac{n_2}{n_1} = \frac{1}{1{,}33} \rightarrow \mathbf{L=48{,}8º}$$

La reflexión total es un fenómeno común a todos los movimientos ondulatorios, siempre que la onda pase de un medio a otro con menor índice de refracción, es decir, a un medio en el que se propague con mayor velocidad.

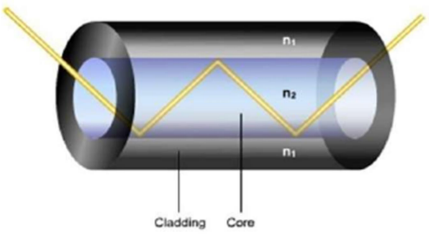
La fibra óptica es una aplicación práctica del fenómeno de la reflexión total.




(a)

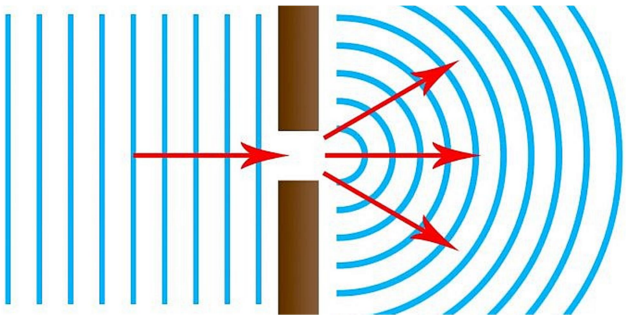


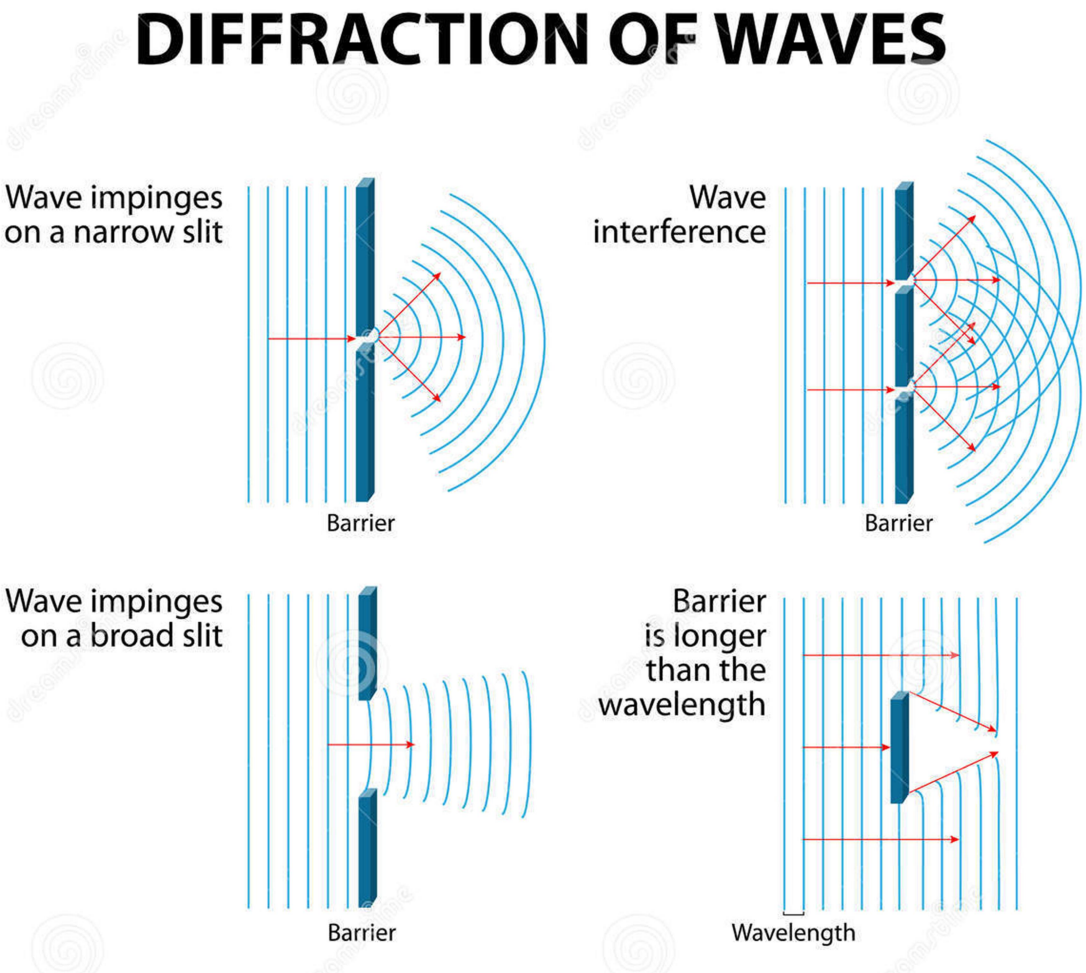

(b)



## [10] Difracción

El fenómeno de la difracción hace referencia al hecho de que una onda que se propaga en un determinado medio encuentra en su camino aberturas u obstáculos de un tamaño comparable a su longitud de onda. La difracción puede provocar un cambio en la dirección de propagación de la onda.





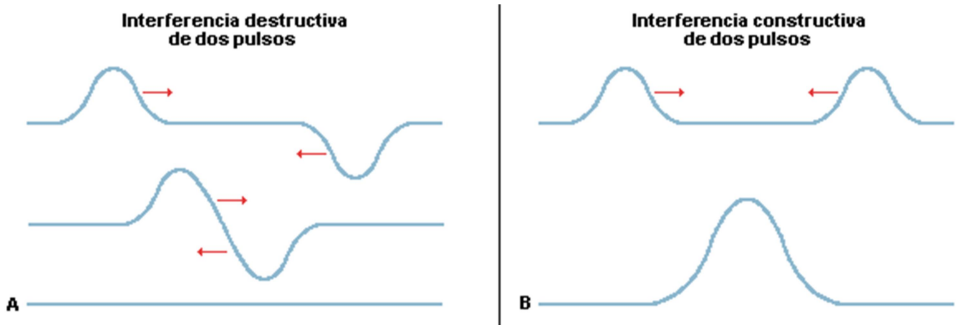
# [11] Interferencias. Principio de Superposición

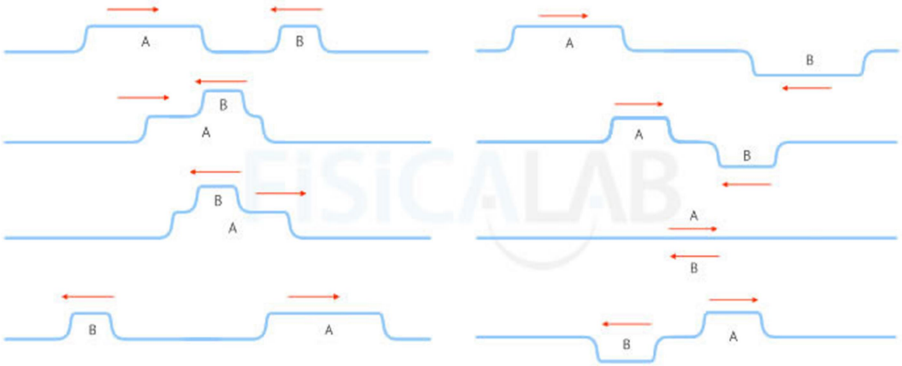
La concurrencia de dos o más ondas en un punto se denomina interferencia.

Debido a la superposición de dos ondas, existen puntos en los que la perturbación se hace máxima (interferencia constructiva) y puntos en los que la perturbación es mínima (interferencia destructiva).

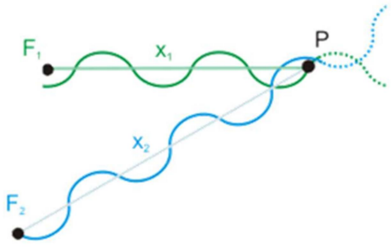
## Principio de Superposición

Cunado dos o más ondas coinciden simultáneamente en un punto del medio en el que se propagan, la perturbación producida en dicho punto es igual a la suma de las perturbaciones que, individual e independientemente, originarían en el punto cada una de las ondas coincidentes.



# [12] Condiciones de Interferencia



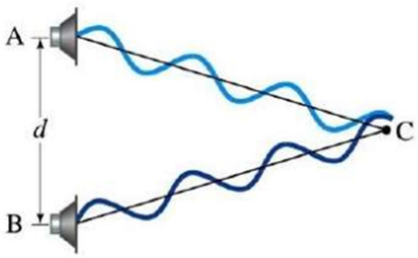

$$\begin{cases} y_1 = A \cdot sen\,(\omega \cdot t - k \cdot x_1) \\ y_2 = A \cdot sen\,(\omega \cdot t - k \cdot x_2) \end{cases}$$

$$y = y_1 + y_2$$

$$y = A_{resultante} \cdot se\ \left(\omega \cdot t - k \cdot \frac{x_2 + x_1}{2}\right)$$

$$A_{resultantae} = 2A \cdot cos\left(k \cdot \frac{x_2 - x_1}{2}\right)$$

## Interferencia Constructiva

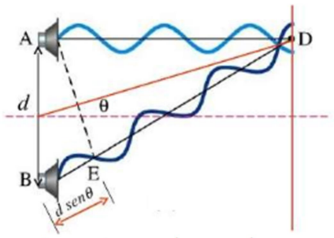



Cuando $cos\left(k\ \frac{x_2-x_1}{2}\right) = \pm 1$

$$k \cdot \frac{x_2 - x_1}{2} = n \cdot \pi$$

$$(x_2 - x_1) = n \cdot \lambda$$

## Interferencia Destructiva




Cuando $cos\left(\ \frac{x_2-x_1}{2}\right) = 0$

$$k \cdot \frac{x_2 - x_1}{2} = (2n + 1) \cdot \frac{\pi}{2}$$

$$(x_2 - x_1) = (2n + 1) \cdot \frac{\lambda}{2}$$

# [13] Ondas Estacionarias

Una onda estacionaria es el resultado de la superposición de dos ondas de igual frecuencia, amplitud y velocidad de propagación, pero que avanzan en sentidos opuestos.

En una onda estacionaria hay puntos del medio que no vibran (nodos) y otros que lo hacen con elongación máxima (vientres).

Las ondas estacionarias son un caso particular de interferencia de ondas. Se forman, por ejemplo, en las cuerdas de un piano o de un violín, aunque también se asocian a otros campos de la física como la descripción que hace la mecánica ondulatoria de los electrones.

$$y = 2A \cdot \cos\ (k \cdot x) \cdot sen\ (\omega \cdot t)$$

$$y = A_{resultante} \cdot sen\ (\omega \cdot t)$$

Amplitud resultante máxima

$\cos(k \cdot x) = \pm 1$

$k \cdot x = n \cdot \pi$

Posición de los vientres

$$x = 2n \cdot \frac{\lambda}{4}$$

Distancia entre dos vientres consecutivos

$(x_n - x_{n-1}) = \frac{\lambda}{2}$

Amplitud resultante mínima

$\cos(k \cdot x) = 0$

$k \cdot x = (2n+1) \cdot \frac{\pi}{2}$

Posición de los nodos

$$x = (2n+1) \cdot \frac{\lambda}{4}$$

Distancia entre dos nodos consecutivos

$(x_n - x_{n-1}) = \frac{\lambda}{2}$