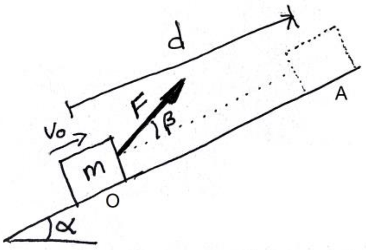
TRABAJO Y ENERGÍA

NOTA. Resolveremos los ejemplos mediante métodos energéticos, principalmente con el teorema del trabajo no gravitatorio.

Ejemplo 1. Un bloque de masa m = 5 kg asciende, con una velocidad inicial v_0 = 4 m/s, desde el punto O a lo largo de una rampa inclinada α = 30°. El coeficiente de rozamiento con la rampa es μ = 0,25. La fuerza F = 80 N forma un ángulo β = 15° sobre la rampa y es constante a lo largo del desplazamiento. Tomando como instante final aquel en el que d = 12 m, se pide:

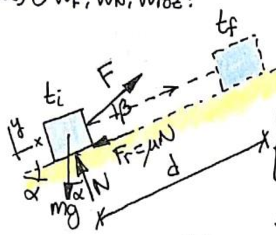
a) Trabajo de las fuerzas: F, normal y rozamiento.
b) Trabajo del peso usando la definición de trabajo y usando el teorema del trabajo de la gravedad.
c) Trabajo total y trabajo de la fuerza total.
d) Trabajo no gravitatorio.
e) Celeridad en el punto A (1) utilizando la 2ª ley de Newton, (2) utilizando el teorema de las fuerzas vivas y (3) utilizando el teorema del trabajo no gravitatorio.



Solución

Datos: $m = 5\,kg$; $v_0 = 4\,m/s$; $\alpha = 30°$; $\mu = 0{,}25$; $F = 80\,N = cte$
$\beta = 15°$; $d = 12\,m$.

a) ¿W_F, W_N, W_{roz}?



Como el bloque desliza en el sentido dibujado $F_r = \mu N$.

$$\begin{cases} (2LN)_x: -mg\,sen\alpha + F\cos\beta - \mu N = ma_x \\ (2LN)_y: -mg\cos\alpha + N + F\,sen\beta = 0 \end{cases}$$

$\Delta x = d$; $\Delta y = 0$; $|\Delta\vec{r}| = d$.

Recordamos que el trabajo de una fuerza cte como vector es:

$$\boxed{\begin{aligned} W &= |\vec{F}|\cdot|\Delta\vec{r}|\cdot\cos(\vec{F},\Delta\vec{r}) \quad (1) \\ W &= F_x\cdot\Delta x + F_y\cdot\Delta y \quad (2) \end{aligned}}$$

Se puede usar tanto (1) como (2).

(1): $\boxed{W_F = F\cdot d\cdot\cos\beta = 80\cdot 12\cdot\cos 15° = 927{,}3\,J}$

(2): $\boxed{W_F = (F\cos\beta)\cdot d + (F\,sen\beta)\cdot 0 = 80\cos 15°\cdot 12 = 927{,}3\,J}$

(1): $\boxed{W_N = N\cdot d\cdot\cos 90° = 0\,J}$ Ya sabemos que el trabajo

(2): $\boxed{W_N = 0\cdot d + N\cdot 0 = 0\,J}$ de la normal siempre es 0J.

Para calcular el trabajo del rozamiento necesito antes la normal, que la obtengo con $(2LN)_y$:

$(2LN)_y$: $N = mg\cos\alpha - F\,sen\beta = 5\cdot 9{,}8\cdot\cos 30° - 80\,sen\,15° = 21{,}73\,N$

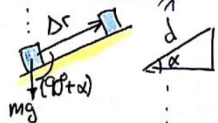
$F_r = \mu N = 0{,}25\cdot 21{,}73 = 5{,}43\,N$. El W_{roz} siempre es negat.

(1): $\boxed{W_{roz} = F_r\cdot d\cos(180°) = 5{,}43\cdot 12\cdot\cos(180°) = -65{,}2\,J}$

(2): $\boxed{W_{roz} = -F_r\cdot d + 0\cdot 0 = -5{,}43\cdot 12 = -65{,}2\,J}$

b) ¿W_g usando def. de trabajo y usando th trabajo de la gravedad? Comenzamos con la definición, que a su vez, se puede hacer de dos formas.

(1): $\boxed{W_g = (mg)\cdot d\cdot\cos(90°+\alpha) = 5\cdot 9{,}8\cdot 12\cos(90°+30°) = -294\,J}$



$\Delta h = d\,sen\alpha = 12\,sen\,30° = 6\,m$

(2): $\boxed{W_g = (-mg\,sen\alpha)\cdot d - mg\cos\alpha\cdot 0 = -5\cdot 9{,}8\,sen\,30°\cdot 12 = -294\,J}$

El th dice: $W_g = -mg(h_f - h_i) = -mg\,\Delta h$

(th): $\boxed{W_g = -mg\,\Delta h = -mg(d\,sen\alpha) = -5\cdot 9{,}8\cdot 12\,sen\,30° = -294\,J}$

c) ¿W_{tot} y $W_{F_{tot}}$?

W_{tot} es la suma algebraica de todos los trabajos de las fuerzas que actúan sobre el bloque.

$\boxed{W_{tot} = W_F + W_N + W_{roz} + W_g = 927{,}3 + 0 - 65{,}2 - 294 = 568{,}1\,J}$

$W_{F_{tot}}$ es el trabajo que haría la resultante. Tenemos dos formas de hacerlo (1) y (2), pero lo haremos de la forma (2):

$\boxed{W_{F_{tot}} = F_{tot,x}\cdot\Delta x + F_{tot,y}\cdot\Delta y} =$ ($\Delta y = 0$)

$= (-mg\,sen\alpha + 0 + F\cos\beta - F_r)\cdot\Delta x + F_{tot,y}\cdot 0$

$= (-5\cdot 9{,}8\,sen\,30° + 80\cos 15° - 5{,}43)\cdot 12 = \boxed{568{,}1\,J}$

Ya sabemos de un teorema de teoría que $W_{tot} = W_{F_{tot}}$.

d) ¿W_{ng}?

W_{ng} gravitatorio es la suma algebraica de todos los trabajos de las fuerzas que actúan sobre el bloque excepto el trabajo del peso.

$\boxed{W_{ng} = W_F + W_N + W_{roz} = 927{,}3 + 0 - 65{,}2 = 862{,}1\,J}$

W_{ng} también coincide con el trabajo total menos el trabajo del peso.

$\boxed{W_{ng} = W_{tot} - W_g = 568{,}1 - (-294) = 862{,}1\,J}$

e) ¿v_A — (1) 2LN, (2) Th fuerzas vivas, (3) th W_{ng}?

• La primera forma consiste en hallar la aceleración con 2LN y de ahí v_A:

$(2LN)_x$: $-mg\,sen\alpha + F\cos\beta - F_r = ma_x \Rightarrow$

$a_x = \dfrac{-mg\,sen\alpha + F\cos\beta - F_r}{m} = \dfrac{-5\cdot 9{,}8\,sen\,30° + 80\cos 15° - 5{,}43}{5}$

$a_x = 9{,}47\,m/s^2 = cte \Rightarrow$ HRUA

$v_{xA}^2 - v_{xO}^2 = 2a_x(x_A - x_O) \Rightarrow v_{xA} = \sqrt{2a_x(x_A - x_O) + v_{xO}^2} \Rightarrow$

$v_{xA} = \sqrt{2\cdot 9{,}47\cdot(12-0) + 4^2} = 15{,}6\,m/s \Rightarrow \boxed{v_A = 15{,}6\,m/s}$

• La segunda forma es usar el th de las fuerzas vivas: (W_{tot}): $\boxed{W_{tot} \overset{th}{=} \frac{1}{2}m(v_f^2-v_i^2)}$

Aquí $v_f \equiv v_A$ y $v_i \equiv v_0$: $v_A = \sqrt{\frac{2W_{tot}}{m}+v_0^2} = \sqrt{\frac{2\cdot 568,1}{5}+4^2}$

$\boxed{v_A = 15,6\ m/s}$

• La tercera forma es usar el th del trabajo no grav: (W_{ng}): $\boxed{W_{ng} \overset{th}{=} mg(h_f-h_i)+\frac{1}{2}m(v_f^2-v_i^2)}$

$v_A = \sqrt{\frac{(W_{ng}-mg(h_f-h_i))\,2}{m}+v_i^2} = \sqrt{\frac{(862,1-5\cdot 9,8\cdot 6)\cdot 2}{5}+4^2}$

$\boxed{v_A = 15,6\ m/s}$

Ejemplo 2. Desde una altura de 2 m se deja caer un cuerpo de 5 kg. Se pide:

a) Energías potencial, cinética y mecánica iniciales.
b) Energías potencial, cinética y mecánica justo antes de tocar el suelo.
c) Velocidad a 1 m de altura.

Solución

Datos: $h_0 = 2m$; $v_0 = 0\ m/s$; $m = 5kg$.

a) ¿E_{g0}, E_{c0}, E_{m0} ($t_0=0s$)? Tomo $h=0$ en el suelo.

$$\boxed{\begin{array}{l} E_{g,0} = mgh_0 = 5\cdot 9,8\cdot 2 = 98J \\ E_{c,0} = \frac{1}{2}mv_0^2 = 0,5\cdot 5\cdot 0^2 = 0J \\ E_{m,0} = E_{g0}+E_{c,0} = 98+0 = 98J \end{array}}$$

b) ¿E_{g1}, E_{c1}, E_{m1} siendo $h_1=0m$?

$E_{g,1} = mgh_1 = 5\cdot 9,8\cdot 0 = \boxed{0J}$

Como la única fuerza que realiza trabajo sobre el cuerpo es su peso, se conserva la energía mecánica del mismo: $E_{m1} = E_{m0}$

$E_{m1} = E_{m0} = \boxed{98J}$

$E_{c1} = E_{m1}-E_{g1} = 98-0 = \boxed{98J}$

c) ¿v_2 siendo $h_2 = 1\ m$?

De nuevo, como la única fuerza que realiza trabajo es el peso, se conserva la energía mecánica:

$E_{m0} = E_{m2} \Rightarrow E_{m0} = mgh_2+\frac{1}{2}mv_2^2 \Rightarrow$

$v_2 = \sqrt{\frac{(E_{m0}-mgh_2)\cdot 2}{m}} = \sqrt{\frac{(98-5\cdot 9,8\cdot 1)\cdot 2}{5}} = \boxed{4,43\ m/s}$

También podríamos haberlo resuelto por cinemática de la caída libre, pero estamos en el tema de energías.

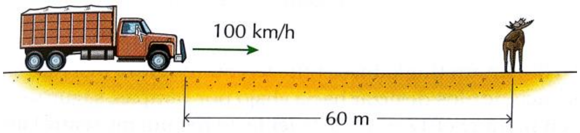
$v_2^2-\cancel{v_0^2} = -2g(y_2-y_0) \Rightarrow v_2 = \sqrt{-2g(y_2-y_0)+\cancel{v_0^2}}$

$\boxed{v_2 = \sqrt{-2\cdot 9,8\cdot(1-2)} = 4,43\ m/s}$

Aunque pueda parecer más fácil por cinemática, por cinemática sólo funciona para caída libre, mientras que la conservación de la energía mecánica valdrá siempre que se cumpla que sólo el peso realiza trabajo.

Ejemplo 3*. El camión de 3800 kg va por una carretera a 100 km/h cuando el conductor ve, de pronto, una res parada en su camino a 60 m delante de él. El conductor tarda 0,4 s en pisar el freno y el coeficiente de rozamiento entre ruedas y calzada vale 0,5. Suponemos que la res permanece quieta.

a) ¿Conseguirá el camión evitar el atropello sin desviarse a un lado de la carretera?
b) En caso de que lo consiga, ¿a qué distancia de la res parará? En caso de que deba desviarse a un lado, ¿qué velocidad tendrá el camión cuando pase junto a la res?



Solución

Datos: $m = 3800kg$; $v_0 = 100\frac{km}{h} = 27,78\ m/s$;
60m de distancia; 0,4s en reaccionar; $\mu = 0,5$.

a) ¿Consigue el camión evitar el atropello?

Llamo $x_0 \equiv 0m$; $t_1 \equiv 0,4s$; $v_2 \equiv 0\ m/s$.

Hallemos x_1, esto es, la distancia que recorre el camión desde que ve la res hasta que pisa el freno. Desde t_0 hasta t_1 el camión describe un MRU

$x_1 = \cancel{x_0}+v_x\cdot t_1 = 27,78\cdot 0,4 = 11,11m$

Como $v_2 = 0\ m/s$, x_2 es el punto donde para por completo. Eso es lo que hallaremos. Si $x_2<60m$, entonces no lo atropella. Si $x_2\geq 60m$, sí lo hace.

La única fuerza que realiza trabajo (nogravitatorio), desde x_1 hasta x_2 es el rozamiento.

$F_r = \mu N$ $(2LN)_y$: $-mg+N=0 \Rightarrow N = mg$

$F_r = \mu N = \mu mg = 0,5\cdot 3800\cdot 9,8 = 18620N$

($W_{ng\,1\to 2}$): $-F_r(x_2-x_1) = \cancel{mg(h_2-h_1)}+\frac{1}{2}m(\cancel{v_2^2}-v_1^2)$

$x_2 = \frac{-0,5\cdot m\,v_1^2}{-F_r}+x_1 = \frac{-0,5\cdot 3800\cdot 27,78^2}{-18620}+11,11$

$x_2 = 89,86\ m \geq 60m$, luego $\boxed{\text{atropella a la res.}}$

b) ¿v_3 si $x_3 = 60m$?

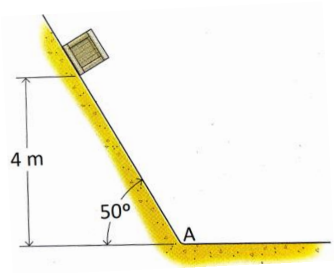
($W_{ng\,1\to 3}$): $-F_r(x_3-x_1) = \cancel{mg(h_3-h_1)}+\frac{1}{2}m(v_3^2-v_1^2)$

$v_3 = \sqrt{\frac{-F_r(x_3-x_1)\cdot 2}{m}+v_1^2} = \sqrt{\frac{-18620\cdot(60-11,11)\cdot 2}{3800}+27,78^2}$

$\boxed{v_3 = 17,11\ m/s}$

Ejemplo 4*. Una caja de 8 kg desliza hacia abajo por una rampa según se indica en la figura. Si se suelta la caja partiendo del reposo a 4 m de altura por encima de la base de la rampa y el coeficiente de rozamiento entre la caja y la rampa-suelo es μ = 0,2. Se pide:

a) Velocidad que alcanza la caja en el punto A.
b) Distancia de A al punto en el que la caja para definitivamente.

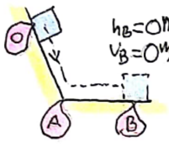


Solución

Datos: $m = 8Kg$; $v_0 = 0m/s$; $h_0 = 4m$; $\mu = 0,2$; $\alpha = 50°$

Llamo B al punto donde para definitivamente la caja.

Veamos el rozamiento en el tramo OA y en el tramo AB.

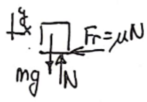


$h_B = 0m$
$v_B = 0m/s$

TRAMO OA

$(2LN)_y$: $N - mg\cos\alpha = 0 \Rightarrow N = mg\cos\alpha \Rightarrow Fr = \mu mg\cos\alpha \Rightarrow$
$Fr = 0,2 \cdot 8 \cdot 9,8 \cos 50° = 10,08 N$

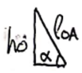
TRAMO AB



$(2LN)_y$: $-mg + N = 0 \Rightarrow N = mg \Rightarrow Fr = \mu mg$
$Fr = 0,2 \cdot 8 \cdot 9,8 = 15,68 N$

a) ¿v_A? En el tramo OA sólo realiza W_{nc} el rozamiento.

$(W_{nc})_{OA}$: $-Fr_{OA} \cdot l_{OA} = mg(\cancel{h_A} - h_0) + \frac{1}{2}m(v_A^2 - \cancel{v_0^2})$ (1)



$sen\alpha = \frac{h_0}{l_{OA}} \Rightarrow l_{OA} = \frac{h_0}{sen\alpha} = \frac{4}{sen 50°} = 5,22 m$

(1): $v_A = \sqrt{\frac{(-Fr_{OA} \cdot l_{OA} + mgh_0) \cdot 2}{m}} =$

$\boxed{v_A = \sqrt{\frac{(-10,08 \cdot 5,22 + 8 \cdot 9,8 \cdot 4)2}{8}} = 8,08 m/s}$

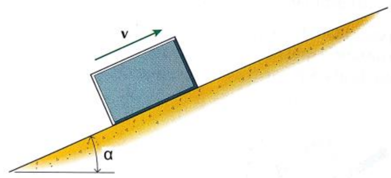
b) ¿l_{AB}? En el tramo AB sólo realiza W_{nc} el rozamiento. Se tiene: $h_A = h_B = 0M$; $v_A = 8,08 m/s$; $v_B = 0 m/s$.

$(W_{nc})_{AB}$: $-Fr_{AB} \cdot l_{AB} = \cancel{mg(h_B - h_A)} + \frac{1}{2}m(\cancel{v_B^2} - v_A^2) \Rightarrow$

$\boxed{l_{AB} = \frac{-0,5 m v_A^2}{-Fr_{AB}} = \frac{0,5 \cdot 8 \cdot 8,08^2}{15,68} = 16,64 m}$

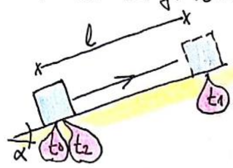
Ejemplo 5*. Un bloque de 12 kg se lanza a 15 m/s por un plano inclinado 30° en sentido ascendente. Cuando el bloque vuelve al punto de partida, su velocidad es de 10 m/s. Se pide:

a) Altura máxima alcanzada por el bloque.
b) Coeficiente de rozamiento del bloque con el plano.



Solución

Datos: $m = 12Kg$; $v_0 = 15m/s$; $\alpha = 30°$; $v_2 = 10m/s$
$h_0 = h_2 = 0m$; $v_1 = 0m/s$



$h_1 = l\,sen\alpha$ (0)

a) ¿h_1? Tanto en el tramo 01 como en el 02 el rozamiento tiene el mismo módulo. Tanto en el tramo 01 y 02 la única fuerza que realiza W_{nc} es el rozamiento.

$(W_{nc})_{01}$: $-Fr \cdot l = mg(h_1 - \cancel{h_0}) + \frac{1}{2}m(\cancel{v_1^2} - v_0^2)$ (1)
$(W_{nc})_{12}$: $-Fr \cdot l = mg(\cancel{h_2} - h_1) + \frac{1}{2}m(v_2^2 - \cancel{v_1^2})$ (2)

$\frac{(1)}{(2)}$: $\frac{-Fr \cdot l}{-Fr \cdot l} = \frac{mgh_1 - 0,5mv_0^2}{-mgh_1 + 0,5mv_2^2} \Rightarrow -gh_1 + 0,5v_2^2 = gh_1 - 0,5v_0^2$

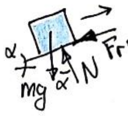
$\boxed{h_1 = \frac{0,5v_2^2 + 0,5v_0^2}{g+g} = \frac{0,5 \cdot 10^2 + 0,5 \cdot 15^2}{9,8 + 9,8} = 8,29 m}$

b) ¿μ?

(0) y (1): $-Fr \cdot \frac{h_1}{sen\alpha} = +mgh_1 - 0,5 \cdot m v_0^2 \Rightarrow$

$Fr = \frac{-(mgh_1 - 0,5mv_0^2) \cdot sen\alpha}{h_1} =$

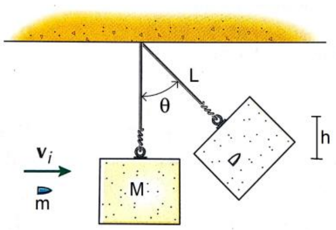
$Fr = \frac{-(12 \cdot 9,8 \cdot 8,29 - 0,5 \cdot 12 \cdot 15^2) sen 30°}{8,29} = 22,62 N$



$(2LN)_y$: $-mg\cos\alpha + N = 0 \Rightarrow N = mg\cos\alpha$
$\Rightarrow Fr = \mu mg\cos\alpha \Rightarrow \mu = \frac{Fr}{mg\cos\alpha}$

$\mu = \frac{22,62}{12 \cdot 9,8 \cos 30°} \Rightarrow \boxed{\mu = 0,22}$

Ejemplo 6*. Un proyectil de masa *m* se dispara contra un péndulo balístico de masa *M*. El proyectil se incrusta en el bloque, elevándose el conjunto una altura *h*. Calcula la expresión para la velocidad inicial de la bala en función de *m*, *M* y *h*. Resuelve el problema si m = 25 g, M = 3 kg y h = 18 cm.



Solución

Datos: m, M, h, choque perfectamente inelástico.

¿$v_i = v_i(m, M, h)$? ¿v_i si m = 0,025 Kg; M = 3 kg y h = 0,18 m?

Uso la siguiente notación:

$v_{i-} \equiv$ velocidad de la bala antes del choque $\equiv v_i$; $h_i \equiv 0$ m

$V_{i-} \equiv$ velocidad del bloque antes del choque $= 0$ m/s

$V_{i+} \equiv$ velocidad del conjunto bala-bloque justo después del choque; $h_{i+} = 0$ m.

$V_f \equiv$ velocidad del conjunto bala-bloque en el punto más alto $= 0$ m/s; $h_f \equiv h$.

Este es un problema que mezcla energías con choque.

En el choque se conserva el momento lineal del sistema:

$(p_{sist,x})$: $m v_{i-} + \cancel{M V_{i-}} = (m+M) V_{i+}$ (1)

Después del choque ninguna fuerza realiza W_{ng}; equivalentemente $W_{ng} = 0$; equivalentemente se conserva la energía mecánica del sistema.

$(E_m)_{i+\to f}$: $\cancel{(m+M) g h_{i+}} + \frac{1}{2}(m+M) V_{i+}^2 = (m+M) g h + \cancel{\frac{1}{2}(m+M) V_f^2}$ (2)

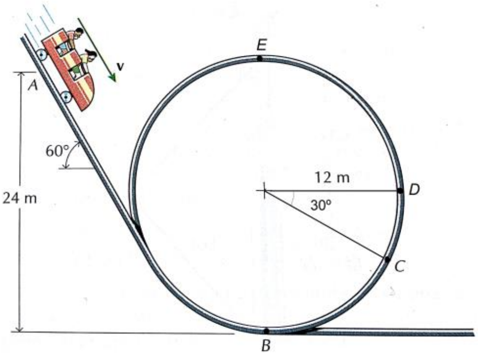
(2): $V_{i+} = \sqrt{2gh}$

(1): $v_{i-} = \frac{(m+M) V_{i+}}{m} = \frac{(m+M)\sqrt{2gh}}{m} \Rightarrow \boxed{v_i = \frac{m+M}{m}\sqrt{2gh}}$

$\boxed{v_i = \frac{0,025+3}{0,025}\sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 0,18} = 227,27 \text{ m/s}}$

Ejemplo 7*. La vagoneta de la figura junto sus cuatro ocupantes tienen una masa total de 460 kg. La velocidad de la vagoneta en el punto A es de 56 km/h. En ausencia de rozamiento, se pide:

a) Celeridad en el punto C.
b) Aceleraciones normal, tangencial y total (escalares) en el punto C.
c) Normal entre la vía y la vagoneta en el punto C.
d) Razonar si al llegar al punto E la vagoneta perderá o no el contacto con la vía.



Solución

Datos: m = 460 Kg; $v_A = 56 \frac{km}{h} = 15,56$ m/s; $h_A = 24$ m; $\mu = 0$; $h_B = 0$ m; R = 12 m.

Este problema mezcla energías con fuerzas del MC.

a) ¿v_C? Desde A hasta C el trabajo no gravitatorio es nulo o, equivalentemente, la energía mecánica en A es la misma que en C.

$(E_m)_{A\to C}$: $\cancel{m} g h_A + \frac{1}{2}\cancel{m} v_A^2 = \cancel{m} g h_C + \frac{1}{2}\cancel{m} v_C^2$ (1)

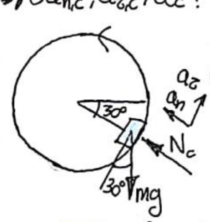
(Cálculo de h_C):  c $R\,sen30°$ R $h_C = R - R\,sen30°$

$h_C = R - R\,sen30° = 12 - 12\,sen30° = 6$ m

(1) $v_C = \sqrt{2(g h_A + 0,5 v_A^2 - g h_C)} =$

$\boxed{v_C = \sqrt{2 \cdot (9,8 \cdot 24 + 0,5 \cdot 15,56^2 - 9,8 \cdot 6)} = 24,39 \text{ m/s}}$

b) ¿$a_{n,c}, a_{\tau,c}, a_c$?



$(2LN)_n$: $N_C - mg\,sen30° = m a_{n,c}$ (1)

$(2LN)_\tau$: $-mg\cos30° = m a_{\tau,c}$ (2)

(a_n): $a_{nc} = \frac{v_C^2}{R}$ (3)

(a): $a_c = \sqrt{a_{nc}^2 + a_{\tau c}^2}$ (4)

(3): $\boxed{a_{nc}} = \frac{v_C^2}{R} = \frac{24,39^2}{12} = \boxed{49,57 \text{ m/s}^2}$

(2): $\boxed{a_{\tau c}} = -g\cos30° = -9,8\cos30° = \boxed{-8,49 \text{ m/s}^2}$

(4): $\boxed{a_c} = \sqrt{a_{nc}^2 + a_{\tau c}^2} = \sqrt{49,57^2 + (-8,49)^2} = \boxed{50,29 \text{ m/s}^2}$

c) ¿N_C?

(1): $N_C = m a_{nc} + mg\,sen30° = 460 \cdot 49,57 + 460 \cdot 9,8\,sen30°$

$\boxed{N_C = 25056 \text{ N}}$

d) ¿Perderá el contacto en E?

Calcularemos la velocidad mínima que debe tener en E para no perder contacto. Esta velocidad es la que verifique 2LN$_n$ con la normal nula.

$(2LN)_n$ en E: $mg = m\frac{v_{E\,min}^2}{R} \Rightarrow v_{E\,min} = \sqrt{Rg} = \sqrt{12\cdot 9{,}8}$

$v_{E\,mín} = 10{,}84\ m/s$.

Ahora compararemos esta velocidad con la que realmente tiene en E. Para ello usamos conservación de la energía mecánica.

$(E_m)_{A\to E}$: $\underbrace{\cancel{m}g h_A}_{h_A = h_E} + \frac{1}{2}\cancel{m}v_A^2 = \cancel{m}g h_E + \frac{1}{2}\cancel{m}v_E^2 \Rightarrow v_E = v_A$

$v_E = v_A = 15{,}56\ m/s > 10{,}84\ m/s = v_{E,min}$

luego $\boxed{\text{no pierde el contacto}}$ //

Otra forma de hacerlo (no lo hago) es: hallar v_E como hemos hecho aquí, luego hallar N_E de:

$(2LN)_n$ en E: $N_E + mg = m\frac{v_E^2}{R}$

Si $N_E \geq 0$, entonces no pierde contacto.

Si $N_E < 0$, entonces sí pierde contacto porque una normal negativa no tiene sentido ya que ha sido dibujada con su sentido real.

Ejemplo 18. Una grúa eleva, a velocidad constante, un bloque de cemento de 500 kg desde el suelo hasta una altura de 10 m. Si ha tardado 4 s en hacerlo, ¿qué potencia media ha desarrollado la grúa?

Solución

Datos: v=cte; m=500 kg; h_0=0 m; h_1=10 m; Δt=4 s

¿P_{media}?

El W_{ng} que recibe el bloque entre 0 y 1 es el debido a la grúa.

(W_{ng}): $W = mg(h_1-h_0) + \cancel{\frac{1}{2}m(v_1^2-v_0^2)} = 500\cdot 9{,}8\cdot 10$

$W = 49000\ J$.

La potencia media desde t_i hasta t_f es igual al trabajo desde t_i hasta t_f dividido entre el intervalo de tiempo (t_f-t_i). En nuestro caso:

$\boxed{P_{media} = \frac{W}{\Delta t}} = \frac{49000}{4} = \boxed{12250\ W}$ //

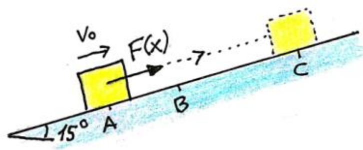
EJERCICIOS PROPUESTOS

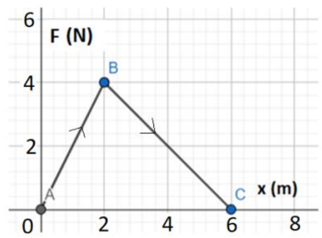
6.1. ¿Qué altura debe tener A respecto de B para que al soltar una bola en el punto A con velocidad inicial nula alcance una velocidad de 25 m/s en el punto B en ausencia de rozamiento?

Sol. 31,89 m.

6.2* (hace falta el anexo). La gráfica muestra el valor de una fuerza variable *F(x)* que actúa sobre la partícula de masa 0,4 kg. Inicialmente la partícula se encuentra en el punto *A*, con una velocidad inicial de 8 m/s. En ausencia de rozamiento, se pide:

a) Trabajo que realiza la fuerza entre las posiciones 0 m y 6 m.
b) Trabajo que realiza la fuerza entre las posiciones 1 m y 5 m.
c) Celeridad de la partícula en el punto *C*.

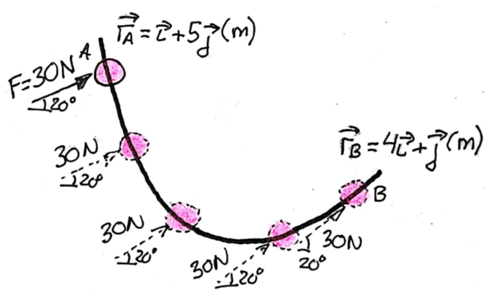




Sol. a) 12 J; b) 10,5 J; c) 9,68 m/s.

6.3. La partícula de 2,5 kg es atravesada por una guía como indica la figura y parte del reposo. La fuerza *F* aplicada sobre ella es un vector constante a lo largo de todo el recorrido. En ausencia de rozamientos, se pide:

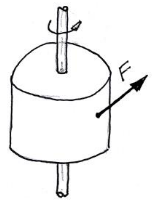
a) Trabajo que realiza la fuerza *F* desde el punto *A* hasta el punto *B*.
b) Celeridad de la partícula en el punto *B*.



Sol. a) 43,53 J; b) 10,64 m/s.

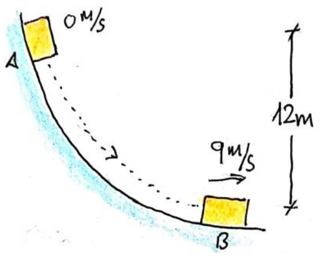
6.4* (hace falta el anexo). A un cilindro de 50 cm de diámetro se le aplica una fuerza tangencial constante F = 8 N, haciéndolo girar en torno a su eje.

a) ¿Qué trabajo habrá realizado dicha fuerza sobre el cilindro cuando éste haya dado 4 vueltas?
b) En el caso de que se tardara 10 s en dar esas 4 vueltas, ¿qué potencia media habría desarrollado dicha fuerza?



Sol. a) 50,27 J; b) 5,03 W.

6.5. Partiendo del reposo, dejamos caer un bloque de 150 kg por una rampa curva desde el punto *A*. Sabiendo que en el punto *B* la velocidad del bloque es de 9 m/s y que el punto *B* está 12 m más abajo del *A*, ¿cuánta energía se ha disipado por rozamiento desde *A* hasta *B*?



Sol. 11565 J se han disipado.

6.6*. Desde una altura de 10 m se lanza un cuerpo de 0,8 kg verticalmente con una velocidad inicial de 20 m/s. Sabiendo que la fuerza de rozamiento con el aire tanto si sube como si baja es de 1,5 N, se pide la energía cinética del cuerpo justo antes de llegar al suelo en los dos casos siguientes:

a) Se lanzó hacia abajo.
b) Se lanzó hacia arriba.

Sol. a) 223,4 J; b) 172 J.

6.7. Una esfera de 30 kg se deja caer desde una altura de 8 m sobre un suelo de arena. Sabiendo que la esfera penetra 20 cm en el suelo, ¿qué fuerza media de resistencia ha ejercido la arena sobre el suelo?

Sol. 12054 N.

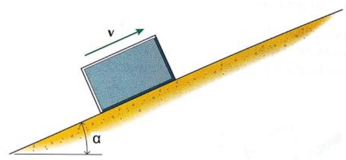
6.8. Un cuerpo de 4 kg de masa se deja caer verticalmente por la acción de la gravedad. Cuando se encuentra a 8 m del suelo su velocidad es de 12 m/s. La fuerza de rozamiento con el aire tanto si sube como si baja es de 1 N. Se pide:

a) Altura a la que se dejó caer.
b) Velocidad justo antes de impactar con el suelo.
c) Nueva altura que alcanza si al rebotar con el suelo pierde un 15 % de su energía cinética.

Sol. a) 15,54 m; b) 17,23 m/s; c) 12,55 m.

6.9*. Un bloque de 300 g se mueve inicialmente a 20 m/s ascendiendo por una rampa de α = 15°. El coeficiente de rozamiento entre bloque y rampa es de 0,3. Se pide:

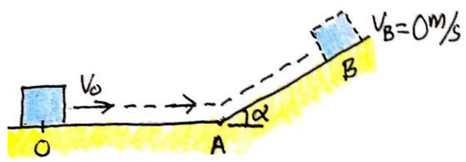
a) Distancia recorrida hasta que llegue al punto más alto.
b) Justificar si después de llegar al punto más alto permanecerá en reposo o empezará a descender.



Sol. a) 37,25 m; b) Permanecerá en reposo porque μ ≥ tg(α).

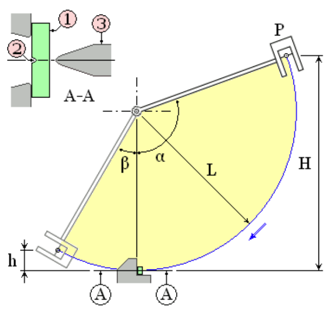
6.10*. Se lanza un bloque de masa 1,8 kg por un plano horizontal con una velocidad de 15 m/s. Después de recorrer una distancia de 4 m comienza a ascender por un plano inclinado 30°. Sabiendo que el coeficiente de rozamiento de todo el trayecto vale 0,2 se pide:

a) Altura máxima que alcanza el cuerpo.
b) Energía potencial máxima que alcanza el cuerpo.



Sol. a) 7,93 m; b) 139,9 J.

6.11*. El péndulo de Charpy se utiliza para medir la resiliencia de un material. Está formado por un péndulo simple, que dejamos caer a cierta altura. En su parte más baja se sitúa una probeta del material a ensayar. El péndulo romperá la probeta y subirá otra cierta altura. La diferencia de alturas nos indicará la energía que ha sido necesaria para destruir la probeta. Del péndulo de Charpy de la figura conocemos que la masa del péndulo es m = 20 kg, L = 1,5 m, α = 120°, β = 40°. ¿Qué energía ha sido necesaria para romper la probeta?

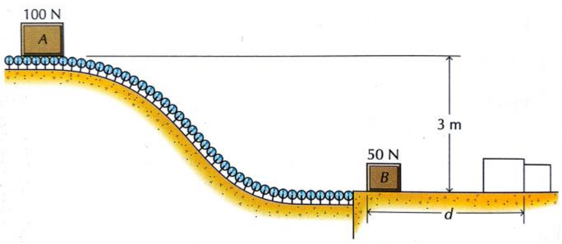


Sol. 372,4 J.

NOTA IMPORTANTE. Los siguientes problemas mezclan conceptos de esta sección con otros de secciones anteriores, por lo que son muy completos.

6.12*. La caja *A*, de masa 10 kg, desciende por una rampa exenta de rozamiento y choca contra una caja *B*, que de masa 5 kg. A consecuencia del choque, las dos cajas quedan enlazadas y deslizan juntas por una superficie rugosa (μ=0,6). Se pide:

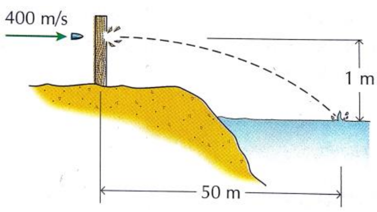
a) Velocidad de las cajas inmediatamente después del choque.
b) Distancia d que recorrerán antes de quedar permanentemente en reposo.



Sol. a) 5,11 m/s; b) 2,22 m.

6.13*. Una bala de masa 10 g lleva una velocidad horizontal de 400 m/s cuando incide sobre un blanco de madera de 25 mm de grosor. Aun cuando el blanco frena, lo atraviesa y cae en un estanque a 50 m. Se pide:

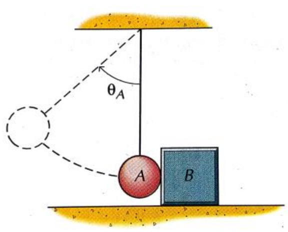
a) Velocidad con la que la bala sale del blanco.
b) Fuerza media que el blanco ejerce sobre la bala.



Sol. a) 110,68 m/s; b) 29550 N.

6.14**. La esfera *A* de la figura se suelta cuando θ_A = 60° a partir del reposo, chocando elásticamente contra la caja *B*, que tiene el doble de masa que la esfera *A*. La longitud del cable es de 0,9 m. El coeficiente de rozamiento entre la caja *B* y el suelo es de 0,3. Se pide:

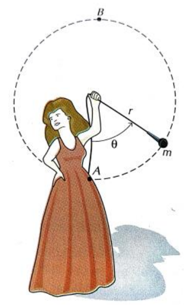
a) Distancia que recorrerá *B* hasta que se pare de nuevo.
b) Altura máxima que alcanza *A* después del choque.



Sol. a) 0,67 m; b) 0,05 m.

6.15*. La cantante de la figura hace girar el micrófono de 0,35 kg, situado al extremo de un hilo de 750 mm de longitud, en un plano vertical. Se pide:

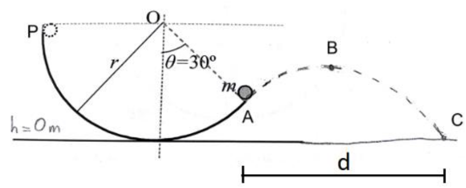
a) Mínima celeridad que debe tener el micrófono en la posición más alta *B* para poder recorrer toda la trayectoria circular.
b) Mínima celeridad que debe tener el micrófono en la posición más baja *A* para poder recorrer toda la trayectoria circular.



Sol. a) 2,71 m/s; b) 6,06 m/s.

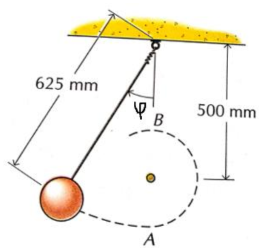
6.16*. La partícula de masa m = 200 g se deja caer en el punto P desde la cara interior de la guía circular de radio r = 1,4 m. Se pide:

a) Altura máxima h_B que alcanza la partícula después de abandonar la guía.
b) Distancia horizontal d de A a C.
c) Normal que ejerce la guía sobre la partícula en el punto A (justo antes de abandonarla).



Sol. a) 0,49 m; b) 2,38 m; c) 5,09 N.

6.17*. El movimiento de un péndulo de 2 kg lo perturba una pequeña espiga situada directamente debajo del punto de suspensión. Si el péndulo tiene una celeridad angular de 3 rad/s cuando φ = 75°, se pide la tensión del hilo en *B*.

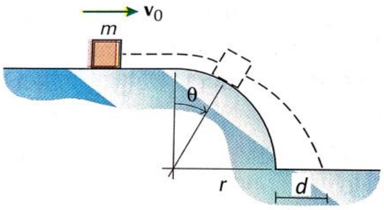


Sol. 103,4 N.

6.18**. Una cajita se desliza por una superficie horizontal exenta de rozamiento y llega a una rampa circular, según se indica en la figura. Si el radio de la rampa r = 750 mm y la caja pierde contacto con ella cuando θ = 25°. Se pide:

a) Celeridad v_0 de la caja.
b) Distancia d.

Ayuda. La cajita se separará de la superficie cuando la normal entre la superficie y la cajita sea nula.



Sol. a) 2,30 m/s;   b) 0,217 m.