Volumen de los cuerpos geométricos.

1. Expresa en mm^3 4,3 m^3.

Para pasar de m^3 a mm^3 hay que bajar 3 niveles. Por tanto, hay que multiplicar por 1000 tres veces, lo que equivale a multiplicar por 1.000.000.000:

$$4{,}3 \text{ m}^3 = 4{,}3 \cdot 1.000.000.000 \text{ mm}^3 = \mathbf{4.300.000.000\ mm^3}$$

2. Expresa en dam^3 2,4 m^3.

Para pasar de m^3 a dam^3 hay que subir 1 nivel. Por tanto, hay que dividir entre 1000:

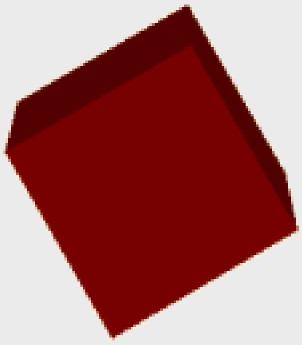
$$2{,}4 \text{ m}^3 = 2{,}4 : 1000 \text{ dam}^3 = \mathbf{0{,}0024\ dam^3}$$

3. ¿Cuántos mm^3 son 4,9 dm^3?

Para pasar de dm^3 a mm^3 hay que bajar 2 niveles. Por tanto, hay que multiplicar por 1000 dos veces, lo que equivale a multiplicar por 1.000.000:

$$4{,}9 \text{ dm}^3 = 4{,}9 \cdot 1.000.000 \text{ mm}^3 = \mathbf{4.900.000\ mm^3}$$

4. Calcula, por tanteo, la longitud de la arista de un cubo de 343 m^3 de volumen.



La arista medirá 7 m, ya que:

$$7 \cdot 7 \cdot 7 = 343\ m^3$$

5. Halla el peso de un bloque cúbico de hormigón de 1,9 m de lado.

(Un metro cúbico de hormigón pesa 2350 kg)

El volumen del bloque es:

$V = (1,9)^3 = 6,859\ m^3$

Su peso será:

$m = 2350 \cdot 6,859 = 16.118,7$ Kg.

6. ¿Cuántos peces, pequeños o medianos, se pueden introducir en un acuario cuyas medidas interiores son 88 x 65 x 70 cm? *(Se recomienda introducir, a lo sumo, un pez mediano o pequeño cada cuatro litros de agua)*

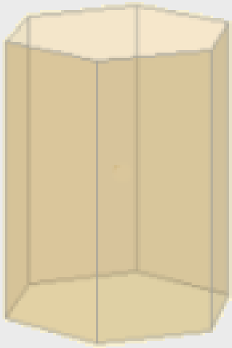
La capacidad del acuario es:

$V = 85 \cdot 65 \cdot 70 = 386.750\ cm^3 = 386,8$ litros

Se pueden introducir:

$$\frac{386,8}{4} \approx \mathbf{96\ peces}$$

7. La base de este prisma es un polígono regular de lado 1,7 cm y apotema 1,5 cm. Calcula su volumen sabiendo que su altura es 3,9 cm.



El área de la base es:

$$B = \frac{6 \cdot 1{,}7 \cdot 1.5}{2} = 7{,}65 \text{ cm}^2$$

El volumen es:

$$\mathbf{V = 7{,}65 \cdot 3{,}9 = 29{,}83\ cm^3}$$

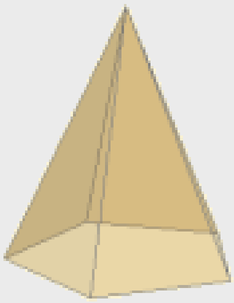
8. La base de esta pirámide es un polígono regular de lado 1,3 cm y apotema 0,9 cm. Calcula su volumen sabiendo que su altura es 2,7 cm.

El área de la base es:

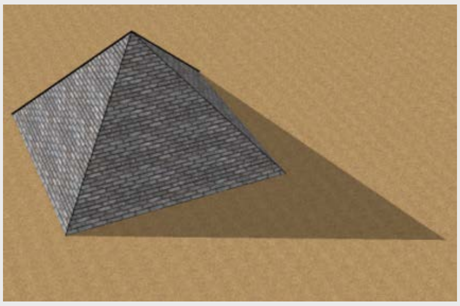
$$B = \frac{5 \cdot 1{,}3 \cdot 0{,}9}{2} = 2{,}93 \text{ cm}^2$$

El volumen es:

$$V = \frac{2{,}93 \cdot 2{,}7}{3} = \mathbf{2{,}64\ cm^3}$$



9. La Gran Pirámide de Giza es la única que perdura de las *siete maravillas del mundo antiguo*. Actualmente tiene una altura de 137 m y la base es un cuadrado de 230 m de lado. ¿Cuál es su volumen aproximado?



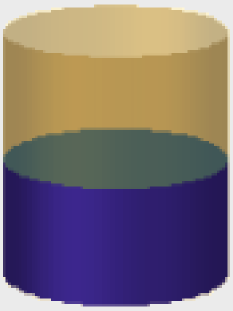
El área de la base es:

$B = 230 \cdot 230 = 52.900 \text{ m}^2$

Su volumen aproximado es:

$$V = \frac{52900 \cdot 137}{3} = \mathbf{2.415.767\ m^3}$$

10. Se echan 7 cm^3 de agua en un recipiente cilíndrico de 1,3 cm de radio. ¿Qué altura alcanzará el agua?



$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$, despejando h:

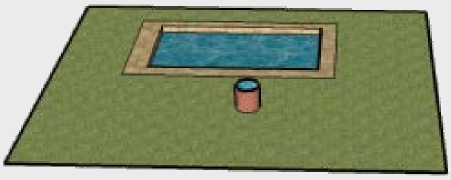
$$h = \frac{V}{\pi \cdot r^2} = \frac{7}{3{,}14159 \cdot 1{,}3^2} = \mathbf{1{,}32\ cm}$$

11. ¿Cuántos cubos cilíndricos, de 47 cm de altura y 16 cm de radio, se tienen que vaciar en una piscina de 10x6x1,5 m para llenarla?

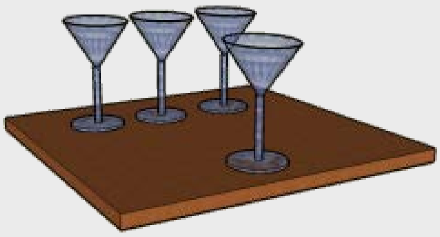
La capacidad de cada cubo es:
$V = 3{,}14159 \cdot 16^2 \cdot 47 = 37.799{,}61\ cm^3$

La capacidad de la piscina es:
$V = 10 \cdot 6 \cdot 1{,}5 = 90\ m^3 = 90.000.000\ cm^3$

Serán necesarios:
$\frac{90.000.000}{37799{,}61} \approx 2381$ cubos de agua



12. ¿Cuántas copas se pueden llenar con 6 litros de refresco, si el recipiente cónico de cada copa tiene una altura interior de 6,5 cm y un radio interior de 3,6 cm?



La capacidad de cada copa es:

$$V = \frac{3{,}14159 \cdot 3{,}6^2 \cdot 6{,}5}{3} = 88{,}22\ cm^3$$

Se pueden llenar:

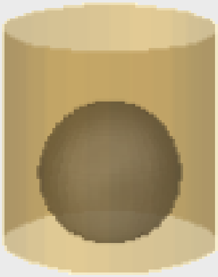
$$\frac{6000}{88{,}22} \approx \mathbf{68\ copas}$$

13. Se introduce una bola de plomo, de 1 cm de radio, en un recipiente cilíndrico de 3,1 cm de altura y 1,5 cm de radio. Calcula el volumen de agua necesario para llenar el recipiente.

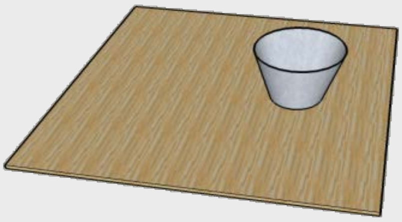
El volumen del cilindro es:
$V = 3{,}14159 \cdot 1{,}5^2 \cdot 3{,}1 = 21{,}91\ cm^3$
El volumen de la bola es:
$V = (4/3) \cdot 3{,}14159 \cdot 1^3 = 4{,}19\ cm^3$

Para llenar el recipiente, hay que añadir:

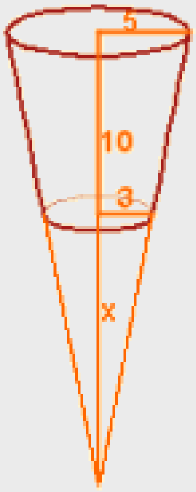
$21{,}91 - 4{,}19 = \mathbf{17{,}72\ cm^3}$



14. El recipiente de la imagen tiene 10 cm de altura y los radios de su bases son 3 y 5 cm. ¿Tiene más de un litro de capacidad?



Para resolver este problema se completa el tronco de cono, hasta formar un cono. La capacidad del recipiente será la diferencia entre el volumen del cono grande y el volumen del cono pequeño (el añadido):



$$\frac{x}{3} = \frac{x+10}{5}; \quad 5x = 3(x+10);$$

$5x = 3x + 30; \quad 2x = 30; \quad x = 15$

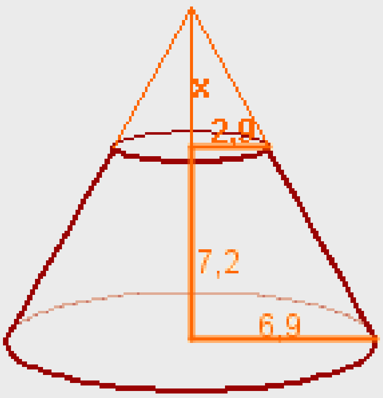
$V_{\text{tronco de cono}} = V_{\text{cono grande}} - V_{\text{cono pequeño}} =$

$$= \frac{3{,}14159 \cdot 5^2 \cdot 25}{3} - \frac{3{,}14159 \cdot 3^2 \cdot 15}{3} =$$

$= 654{,}5 - 141{,}37 =$ **513,13 cm³**

No alcanza el litro de capacidad

15. Calcula el volumen de un tronco de cono de 7,2 cm de altura, sabiendo que los radios de sus bases miden 2,9 y 6,9 cm.



$$\frac{x}{2{,}9} = \frac{x+7{,}2}{6{,}9}; \quad 6{,}9x = 2{,}9(x+7{,}2);$$

$6{,}9x = 2{,}9x + 20{,}88; \quad 4x = 20{,}88;$

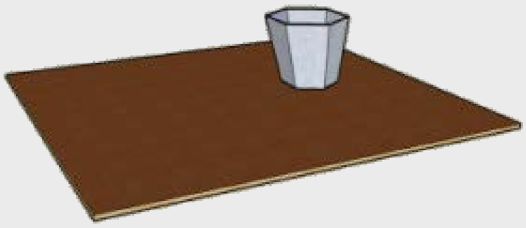
$x = 5{,}22$

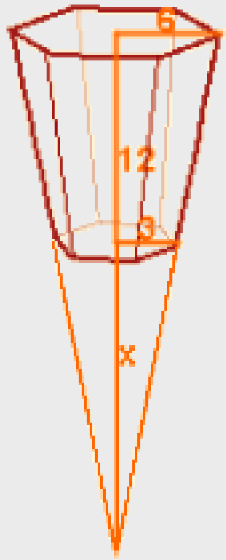
$V_{\text{tronco de cono}} = V_{\text{cono grande}} - V_{\text{cono pequeño}} =$

$$= \frac{3{,}14159 \cdot 6{,}9^2 \cdot 12{,}42}{3} - \frac{3{,}14159 \cdot 2{,}9^2 \cdot 5{,}22}{3} =$$

$= 619{,}22 - 45{,}97 =$ **573,25 cm³**

16. El recipiente de la imagen tiene 12 cm de altura y sus bases son hexágonos regulares de lados 3 y 6 cm y apotemas 2,6 y 5,2 cm. ¿Tiene más de un litro de capacidad?





(En los hexágonos regulares los radios coinciden con los lados)

$$\frac{x}{3}=\frac{x+12}{6};\quad 6x = 3(x+12);$$

$$6x = 3x + 36;\quad 3x = 36;\quad x=12$$

$$V_{recipiente} = V_{pirámide\ grande} - V_{pirámide\ pequeña} =$$

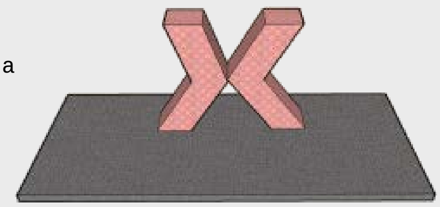
$$= \frac{\left(\frac{6\cdot 6\cdot 5{,}2}{2}\right)\cdot 24}{3} - \frac{\left(\frac{6\cdot 3\cdot 2{,}6}{2}\right)\cdot 12}{3} =$$

$= 748{,}8 - 93{,}6 =$ **$655{,}2\ cm^3$**

No alcanza el litro de capacidad

17. Calcula la altura del edificio de la imagen sabiendo que sus bases son cuadrados de 35 m de lado y que su altura es 115 m.

Aplicando el Teorema de Cavalieri, se puede deducir que
El volumen del edifico es el de dos ortoedros con la misma
base y la misma altura que éste.



$V = 2\cdot 35^2\cdot 115=$ **$281.750\ m^3$**