

esenciales

1
ESO

MATEMÁTICAS

Aprueba
tus exámenes

solucionario

Oxford
EDUCACIÓN



OXFORD
UNIVERSITY PRESS

Oxford University Press es un departamento de la Universidad de Oxford. Como parte integrante de esta institución, promueve el objetivo de excelencia en la investigación y la educación a través de sus publicaciones en todo el mundo. Oxford y Oxford Educación son marcas registradas de Oxford University Press.

Publicado en España por
Oxford University Press España S. A.
Parque Empresarial San Fernando, Edificio Atenas
28830 San Fernando de Henares (Madrid)

© del texto: José Luis Uriondo González, 2016
© de esta edición: Oxford University Press España S. A., 2016

Todos los derechos reservados. No está permitida la reproducción total o parcial de este libro, ni su grabación y / o digitalización en ningún sistema de almacenamiento, ni su transmisión en ningún formato o por cualquier medio, sin el permiso previo y por escrito de Oxford University Press España S. A., o según lo expresamente permitido por la ley, mediante licencia o bajo los términos acordados con la organización de derechos reprográficos que corresponda. Las cuestiones y solicitudes referentes a la reproducción de cualquier elemento de este libro, fuera de los límites anteriormente expuestos, deben dirigirse al Departamento de Derechos de Oxford University Press España S. A.

No está permitida la distribución o circulación de esta obra en cualquier otro formato.
Esta condición debe imponerse y obliga a cualquier adquirente o usuario.

Oxford University Press España S. A. no hace propios los contenidos de las páginas web pertenecientes o gestionadas por terceros a las que se acceda a través de cualquier dirección web citada en esta publicación. Por tanto, se excluye cualquier responsabilidad por los daños y perjuicios de toda clase que pudieran derivarse del acceso a dichas páginas o contenidos.

ISBN: 978-01-905-0887-6
Depósito legal: M-9090-2016
Impreso en España

Solucionario
ISBN: 978-01-905-0888-3
Depósito legal: M-9091-2016

AUTORÍA

José Luis Uriondo González

COORDINACIÓN EDITORIAL

Angélica Escoredo García

 **esenciales**

1
ESO

MATEMÁTICAS

**Aprueba tus
exámenes**

solucionario

Oxford
EDUCACIÓN

Cómo se trabaja una unidad

Aprueba tus exámenes es un material cuyo objetivo es que el alumno repase contenidos y procedimientos de las diferentes unidades que se trabajan en el curso presentadas a modo de propuestas de evaluación para que consiga superar el curso con éxito.

Este material adopta un formato de «entrenamiento» para enfrentarse a la resolución de exámenes: cada unidad consta de cuatro pruebas; las tres primeras, se presentan con ayudas didácticas para el alumno (recordatorios, alertas, explicación de procedimientos, etc., siempre asociadas a preguntas concretas), mientras que la última se plantea ya sin ayudas, para que el alumno la resuelva por sí solo. Así, mediante la práctica guiada de rutinas, el alumno va adquiriendo confianza y la preparación adecuada para aprobar sus exámenes.

PROPORCIONALIDAD DIRECTA. REPRESENTACIÓN

Evaluación A

1. En un congreso de medicina hay 80 hombres y 120 mujeres. Escribe la razón que representa la relación entre:

Recuerda
La razón entre dos cantidades, a y b es el cociente indicado de ambas:
 $\frac{a}{b}$ = letra a : b = $\frac{a}{b}$ → Se lee a por cada b .
Si simplificas la expresión decimal del cociente, averiguarás cuántas veces contiene la cantidad a la b .
Por ejemplo, si para hacer un determinado tipo de pintura necesitas mezclar 12 kg de pintura azul por cada 25 kg de pintura amarilla, la razón entre la cantidad de pintura azul y la de pintura amarilla es:
 $\frac{12}{25} = \frac{12 \div 4}{25 \div 4} = \frac{3}{6.25}$ → 3 kg de pintura azul por cada 6.25 kg de pintura amarilla.

a) El número de hombres y el número de mujeres.
b) El número de mujeres y el número de hombres.
c) El número de mujeres y el total de participantes en el congreso.
d) El número de hombres y el total de participantes en el congreso.
e) El número de mujeres por cada hombre.

2. Indica si las siguientes razones forman proporción.

a) $\frac{1.5}{9} = \frac{2.5}{15}$ c) $\frac{2}{3} = \frac{5.5}{9}$
b) $\frac{3.2}{0.8} = \frac{1.6}{0.4}$ d) $\frac{3}{4.2} = \frac{5}{9.2}$

Recuerda
Dos razones iguales forman una proporción:
 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$
Si lees a en b veces c es d .
En una proporción el producto de medios es igual al producto de extremos:
 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ → $a \cdot d = b \cdot c$

3. Averigua el término que falta en cada proporción.

a) $\frac{2.5}{5} = \frac{x}{2}$ b) $\frac{10}{15} = \frac{5}{x}$ c) $\frac{x}{3} = \frac{6}{10.5}$ d) $\frac{6}{x} = \frac{9}{3}$

4. En una receta se mezclan 3 medidas de harina con 2 de azúcar. Si queremos hacer una mezcla de 400 g, ¿qué cantidad hay de harina y de azúcar hay que mezclar?

Ten en cuenta
Si se mezclan 3 partes de Harina con 2 de azúcar, el total son cinco partes. La razón cantidad harina en relación con la de masa es 3 a 5.

Evaluación D

1. Roberto ha contestado a todas las preguntas de un cuestionario y ha tenido 12 aciertos y 8 fallos. Escribe:

a) La razón que expresa la relación entre el número de aciertos y el de fallos:

b) La razón que expresa la relación entre el número de fallos y el de aciertos:

c) El porcentaje de fallos:

Número de aciertos por fallo cometido:

2. En un partido de baloncesto se anotó 4 lanzamientos y falló 2 en el primer partido de un torneo de baloncesto. En el segundo partido realizó 9 lanzamientos y su eficacia fue la misma. Averigua cuantos lanzamientos hizo y cuantos fallo en este último encuentro.

3. Completa la siguiente tabla para que las dos magnitudes sean directamente proporcionales. Calcula el tante de proporcionalidad, escribe su ecuación y represéntala gráficamente.

1	2	3	
			4.5

Tante de proporcionalidad:

Ecuación:

4. Un ciclista hace 50 km en 2.5 h. ¿Qué distancia recorrerá en 3 h si pedalea al mismo ritmo?

5. ¿Cuánto tiempo tardará en recorrer 15 km a ese ritmo?

6. Quiere repartir una propina de 60 € entre sus nietos Marta, Iván y Carlos, que tienen 6, 8 y 10 respectivamente. Quiere que el reparto sea proporcional a su edad. ¿Qué cantidad debe dar a uno?

Proporcionalidad directa. Representación

1. Representa los siguientes puntos: A(0, 4); B(-3, -1); C(2, 1); D(-3, 1); E(5, -4); F(-6, 0)

Recuerda
Un punto en el plano se representa por dos coordenadas:
De izquierda a derecha: x y y .
Ejemplo: A(0, 4) → 0 unidades a la izquierda y 4 unidades hacia arriba.
Ejemplo: B(-3, -1) → 3 unidades a la izquierda y 1 unidad hacia abajo.

2. En un supermercado cada bote de refresco cuesta 0,50 € y por cada dos botas te regalan uno. Completa la tabla y representa gráficamente la relación entre el número de botas compradas y su precio.

Ten en cuenta
Para representar gráficamente la relación entre dos magnitudes, completamos una tabla de valores y representamos los puntos. La magnitud a la que se le va dando valores, es la variable independiente y se representa en el eje de abscisas o eje X. La otra magnitud es la variable dependiente y se representa en el eje de ordenadas o eje Y. Después de tener sentido, se unen con una línea los puntos representados.

N.º de botas	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Precio (€)									

3. Expresa en forma de porcentaje.

a) Tres de cada 4 personas encuestadas prefieren el mismo color.
b) 2 L de refresco contiene 0,12 L de zumo de limón.

Recuerda
Razón: $\frac{a}{b}$ $\frac{a}{b}$ decimal Porcentaje: $\frac{a}{b} \cdot 100$

4. Calcula.

a) 20% de 12 =

b) 6% de 120 =

c) 24.5% de 1 000 =

5. En un curso de 120 alumnos el 45 % practica de forma habitual un deporte de equipo, el 20 % un deporte individual y el resto no practica ningún deporte. ¿Cuántos alumnos de ese curso no practican ningún deporte habitualmente?

Ten en cuenta
 $20\% \text{ de } 14 = \frac{20}{100} \cdot 14 = 0.2 \cdot 14 = 2.8$

PRUEBA FINAL DE CURSO

Evaluación A

1. Obtén el mínimo común múltiplo y el máximo común divisor de:

a) 3 y 21 b) 12 y 24

2. Calcula el valor de las siguientes expresiones.

a) $3 + 2^3 - (12 - 2 - 4)$
b) $(-2) \cdot (-4) - (-2) \cdot (-8) - (-1) \cdot (-5)$
c) $-14 \cdot 2 + (1 + 6) - (-6 + 3)$
d) $3^2 - \sqrt{16} - (8 - 6 - 2)$
e) $3.4 - 0.8 \cdot 1.2 + 0.12 : 0.6 =$

3. Opera.

a) $\frac{3}{4} + \left(\frac{5}{8} - \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{1}{6}$
b) $\left(\frac{2}{3} + 2\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{2}\right) - 2 \cdot \frac{2}{3}$

4. Expresa las siguientes fracciones en forma de número decimal.

a) $\frac{3}{4} =$ b) $\frac{7}{12} =$

5. El lunes se vendieron 1 200 entradas para un concierto, que representaban el total de las entradas. ¿Cuántas quedan por vender?

6. Resuelve las siguientes ecuaciones de primer grado.

a) $3x - 21 = 2x$ b) $3x + 6 =$

Prueba final de curso

1. Completa esta tabla para que las magnitudes A y B sean directamente proporcionales. Después, responde a las cuestiones planteadas.

A	1	3	4	
B		4.5		12

a) ¿Cuál es la constante de proporcionalidad directa?

b) Escribe la ecuación de la función que relaciona las dos magnitudes.

c) Representa gráficamente esa relación.

2. En una tienda de ropa hacen, en época de rebajas, el 30 % de descuento en los precios de todas las prendas.

a) Averigua el precio rebajado de un pantalón que costaba 60 €.

b) ¿Cuánto dinero ahorramos si compramos en rebajas una camisa que costaba 40 €?

c) Averigua qué precio tenía un jersey antes de las rebajas si su precio rebajado es 17,50 €.

3. Estas son las temperaturas máximas de una ciudad durante 15 días seguidos. Averigua la temperatura media, la mediana y la moda.

0° 0° 8° 7° 6° 8° 10° 8° 9° 10° 8° 7° 8° 7° 9°

4. Averigua el perímetro y el área de esta figura.

Como ayuda se incluyen dos elementos: **Ten en cuenta** y **Recuerda**, que facilitan la resolución de algunas actividades.

Al final del cuaderno se presentan dos pruebas finales de curso para trabajar todos los contenidos de forma global.

Índice

Números naturales	4
Divisibilidad	12
Números enteros	20
Fracciones	28
Números decimales	36
Iniciación al Álgebra	44
Proporcionalidad directa. Representación	52
Estadística	60
Rectas y ángulos	68
Polígonos	76
Perímetros y áreas de polígonos	84
Circunferencias y círculos	92
Prueba final de curso	100

NÚMEROS NATURALES

Evaluación A

1. Realiza las siguientes operaciones.

a) $234 + 57 + 2\,345 = 2\,636$

c) $876 - 49 = 827$

b) $456 \cdot 93 = 42\,408$

d) $875 : 35 = 25$

2. Al dividir un número entre 27 el cociente es 12 y el resto es 9. ¿De qué número se trata?

$27 \cdot 12 + 9 = 333$

Ten en cuenta

En una división se cumple esta propiedad:
Dividendo = divisor · cociente + resto

3. Calcula aplicando la propiedad distributiva.

a) $3 \cdot (5 + 9) = 3 \cdot 5 + 3 \cdot 9 = 15 + 27 = 42$

b) $8 \cdot (9 - 4) = 8 \cdot 9 - 8 \cdot 4 = 72 - 32 = 40$

c) $10 \cdot (12 - 9) = 10 \cdot 12 - 10 \cdot 9 = 120 - 90 = 30$

d) $12 \cdot (3 + 11) = 12 \cdot 3 + 12 \cdot 11 = 36 + 132 = 168$

Recuerda

La multiplicación tiene la propiedad distributiva respecto de la suma y de la resta.

$$4 \cdot (7 + 6) = 4 \cdot 7 + 4 \cdot 6$$

4. Expresa en forma de potencia.

a) $5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^3$

b) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^4$

c) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^5$

Recuerda

Un producto en el que todos los factores son iguales se puede expresar en forma de potencia:

$$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^4$$

5. Escribe el producto que representa cada potencia y calcula su valor.

a) $6^2 = 6 \cdot 6 = 36$

c) $2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$

b) $3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$

d) $10^4 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10\,000$

6. Calcula.

- a) $\sqrt{9} = 3$ d) $\sqrt{81} = 9$
 b) $\sqrt{25} = 5$ e) $\sqrt{64} = 8$
 c) $\sqrt{100} = 10$ f) $\sqrt{4} = 2$

Recuerda

La raíz cuadrada de un número es otro cuyo cuadrado es el número dado.

$$\sqrt{16} = 4 \text{ ya que } 4^2 = 16$$

7. Halla el valor de las siguientes expresiones.

- a) $12 - 3 \cdot 2 + 8 : 2 =$
 $= 12 - 6 + 4 = 10$
 b) $4 + 2 \cdot (12 - 6) - 9 : 3 \cdot 2 =$
 $= 4 + 2 \cdot 6 - 9 : 3 \cdot 2 =$
 $= 4 + 12 - 6 = 10$
 c) $18 : 2 - (5 - 3) \cdot 3 + 10 : (2 \cdot 5) =$
 $= 18 : 2 - 2 \cdot 3 + 10 : 10 =$
 $= 9 - 6 + 1 = 4$
 d) $15 + 10 : 5 - 4 \cdot (8 - 3 \cdot 2) =$
 $= 15 + 10 : 5 - 4 \cdot (8 - 6) =$
 $= 15 + 10 : 5 - 4 \cdot 2 =$
 $= 15 + 2 - 8 = 9$

Ten en cuenta

El orden en el que hay que hacer las operaciones es el siguiente:

$$3 + 4 \cdot 2 - (12 - 2) : 2 =$$

Paréntesis

$$\downarrow$$

$$= 3 + 4 \cdot 2 - 10 : 2 =$$

Multiplicaciones y divisiones

$$\downarrow$$

$$= 3 + 8 - 5 =$$

Sumas y restas

$$\downarrow$$

$$= 11 - 5 = 6$$

8. Marta ha comprado con sus ahorros 4 novelas juveniles que le han costado 16 € cada una y 5 CD de música de 20 € cada uno y aún le han sobrado 22 €. ¿Cuánto dinero tenía ahorrado?

Importe de la compra: $4 \cdot 16 + 5 \cdot 20 = 164 \text{ €}$

Dinero que tenía ahorrado: $164 + 22 = 186 \text{ €}$

9. En una maqueta se han colocado 169 soldaditos de plomo formando un cuadrado con el mismo número de filas que de columnas y con el mismo número de soldaditos en cada una. ¿Cuántos soldaditos hay en cada columna y en cada fila?

El número de soldados en cada fila por el número de soldados en cada columna tiene que ser 169 y como es el mismo se trata de averiguar la raíz cuadrada de 169:

$$\sqrt{169} = 13 \text{ soldaditos por fila y por columna}$$

10. Marta y Mario han comprado una lavadora que les ha costado 490 €. Han pagado 250 € y el resto lo van a pagar en 8 mensualidades del mismo importe cada una. ¿Cuál es el importe de cada mensualidad?

Cantidad aplazada: $490 - 250 = 240 \text{ €}$

Mensualidad: $240 : 8 = 30 \text{ €}$

Evaluación B

1. Averigua el término que falta en cada operación.

a) $45 + \boxed{95} = 140$
 $140 - 45 = 95$

c) $\boxed{165} - 45 = 120$
 $120 + 45 = 165$

b) $48 \cdot \boxed{9} = 432$
 $432 : 48 = 9$

d) $\boxed{943} : 23 = 41$
 $23 \cdot 41 = 943$

Ten en cuenta

La relación entre la suma y la resta es:

$$30 + a = 55 \rightarrow a = 55 - 30 = 25$$

$$a - 45 = 20 \rightarrow a = 20 + 45 = 65$$

La relación entre la multiplicación y la división es:

$$35 \cdot a = 210 \rightarrow a = 210 : 35 = 6$$

$$a : 12 = 9 \rightarrow a = 9 \cdot 12 = 108$$

2. Sacar factor común y después calcula.

Recuerda

Sacar factor común permite convertir una suma o una resta en un producto.

$$3 \cdot 4 + 3 \cdot 5 = 3 \cdot (4 + 5)$$

a) $4 \cdot 18 + 4 \cdot 7 = 4 \cdot (18 + 7) = 4 \cdot 25 = 100$

b) $18 \cdot 17 - 18 \cdot 7 = 18 \cdot (17 - 7) = 18 \cdot 10 = 180$

c) $25 \cdot 4 + 4 \cdot 6 = 4 \cdot (25 + 6) = 4 \cdot 31 = 124$

d) $67 \cdot 6 - 7 \cdot 6 = 6 \cdot (67 - 7) = 6 \cdot 60 = 360$

3. Completa la siguiente tabla.

Potencia	Base	Exponente	Se lee	Valor
3^3	3	3	Tres al cubo	$3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$
2^5	2	5	Dos a la quinta	32
1^6	1	6	Uno a la sexta	1
5^2	5	2	Cinco al cuadrado	25

Recuerda

En una potencia:

$$4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$$

┌ Exponente
└
└ Base
└

4. Escribe con todas las cifras el número representado.

Ten en cuenta

El valor de una potencia de 10 es la unidad seguida de tantos ceros como indica su exponente.

$$62 \cdot 10^5 = 62 \cdot 100\,000 = 6\,200\,000$$

a) $18 \cdot 10^4 = 180\,000$

b) $8 \cdot 10^6 = 8\,000\,000$

c) $45 \cdot 10^5 = 4\,500\,000$

d) $2 \cdot 10^8 = 200\,000\,000$

5. Reduce a una sola potencia.

- a) $3^2 \cdot 3^3 = 3^5$
- b) $4 \cdot 4^2 \cdot 4^3 = 4^6$
- c) $6^8 : 6^3 = 6^5$
- d) $(3^2)^3 = 3^6$
- e) $4 \cdot 4^3 = 4^4$
- f) $3^5 \cdot 3 \cdot 3^2 = 3^8$
- g) $6^5 : 6 = 6^4$
- h) $(2^2)^3 = 2^4$

6. Averigua el exponente que falta.

- a) $4^{\boxed{3}} \cdot 4^4 = 4^7$
- b) $(3^{\boxed{2}})^4 = 3^8$
- c) $2 \cdot 2^{\boxed{3}} \cdot 2^5 = 2^9$
- d) $6^{\boxed{4}} : 6 = 6^3$

7. Averigua la raíz cuadrada entera y el resto.

- a) $\sqrt{27} \approx 5$ El resto es: 2
- b) $\sqrt{55} \approx 7$ El resto es: 6
- c) $\sqrt{80} \approx 8$ El resto es: 16
- d) $\sqrt{5} \approx 2$ El resto es: 1

8. Calcula.

- a) $3 + 2 \cdot (10 - 4 \cdot 2) = 3 + 2 \cdot (10 - 8) = 3 + 2 \cdot 2 = 3 + 4 = 7$
- b) $12 + 6 \cdot 4 - 18 : (3 \cdot 2) = 12 + 24 - 18 : 6 = 12 + 24 - 3 = 36 - 3 = 33$

9. Con 15 azulejos cuadrados podemos formar un cuadrado de 3 azulejos de lado como máximo y me sobran 6. ¿Cuál es el cuadrado mayor que podemos construir con 87 azulejos cuadrados y cuántos nos sobrarán?

$$9^2 = 81$$

La raíz cuadrada entera de 87 es 9 y el resto es 6.

Se puede construir un cuadrado de 9 azulejos de lado y sobrarán 6 azulejos.

10. En una granja se envasan los huevos por docenas. Para su transporte las docenas se empaquetan en cajas de doce docenas y estas se ponen en palés de 12 cajas. Un supermercado ha recibido 12 palés, ¿Cuántos huevos ha recibido el supermercado?

$$12 \cdot 12 \cdot 12 \cdot 12 = 20736 \text{ huevos}$$

Recuerda

Multiplicación de potencias con la misma base: se suman los exponentes.

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n} \rightarrow 2^4 \cdot 2^3 = 2^{4+3} = 2^7$$

División de potencias con la misma base: se restan los exponentes.

$$a^m : a^n = a^{m-n} \rightarrow 3^5 : 3^2 = 3^{5-2} = 3^3$$

Potencia de otra potencia: se multiplican los exponentes.

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n} \rightarrow (2^3)^2 = 2^{3 \cdot 2} = 2^6$$

Recuerda

$$\begin{array}{l} 8^2 = 64 \\ 9^2 = 81 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} 8^2 = 64 \\ 9^2 = 81 \end{array}} \right\} \rightarrow \sqrt{76} \approx 8$$

La raíz cuadrada entera de 76 es 8 y el resto, $76 - 64 = 12$.

Evaluación C

1. Calcula el cociente y el resto de estas divisiones.

a) $3456 : 93$

Cociente = 37

Resto = 15

b) $98305 : 304$

Cociente = 323

Resto = 113

2. Completa la siguiente tabla.

Dividendo	Divisor	Cociente	Resto
18	12	1	6
63	15	4	3
23	7	3	2
65	13	5	0

3. Expresa cada número usando una potencia de 10.

a) $800\,000 = 8 \cdot 10^5$

b) $630\,000\,000 = 63 \cdot 10^7$

c) $9\,000\,000 = 9 \cdot 10^6$

d) $150\,000 = 15 \cdot 10^4$

Ten en cuenta

El exponente de la potencia de 10 es el número de ceros que hay que añadir al número por el que se multiplica esa potencia.

$$430\,000 = 43 \cdot 10^4$$

4. Halla el valor de las siguientes potencias.

a) $7^2 = 49$

b) $1^5 = 1$

c) $2^5 = 32$

d) $10^5 = 100\,000$

e) $3^0 = 1$

5. Calcula las siguientes raíces cuadradas.

a) $\sqrt{2\,500} = 50$

b) $\sqrt{6\,400} = 80$

c) $\sqrt{400} = 20$

d) $\sqrt{40\,000} = 200$

6. Calcula el valor de las siguientes expresiones con raíces y potencias.

a) $3 + 2^2 \cdot 3 - \sqrt{4} =$

$= 3 + 4 \cdot 3 - 2 = 3 + 12 - 2 = 13$

b) $4 \cdot 3^2 - 6^2 : 2 =$

$= 4 \cdot 9 - 36 : 2 = 36 - 18 = 18$

c) $5 + 6 \cdot 2^2 - 10 : \sqrt{25} =$

$= 5 + 6 \cdot 4 - 10 : 5 = 5 + 24 - 2 = 27$

Recuerda

El orden en que hay que efectuar las operaciones es:

- Potencias y raíces
- Multiplicaciones y divisiones
- Sumas y restas

7. Reduce a una sola potencia y calcula su valor.

a) $5^3 \cdot 5 : 5^2 = 5^4 : 5^2 = 5^2 = 25$

b) $7^5 : (7^4 \cdot 7) = 7^5 : 7^5 = 7^0 = 1$

c) $2^5 : 2^2 \cdot 2 = 2^3 \cdot 2 = 2^4 = 16$

d) $2^7 : 2^3 \cdot 2^3 = 2^4 \cdot 2^3 = 2^7 = 128$

e) $2 \cdot (2^2)^3 : (2^4 \cdot 2^2) = 2 \cdot 2^6 : 2^6 = 2^7 : 2^6 = 2^1 = 2$

Recuerda

El valor de las potencias de exponente 0 y 1 son:

$a^0 = 1$

$a^1 = a$

8. Reduce cada expresión a una sola potencia y calcula después su valor.

a) $8^5 : 4^5 = 2^5 = 32$

b) $4^3 \cdot 5^3 = 20^3 = 8000$

c) $25^2 : 5^2 = 5^2 = 25$

d) $15^3 : 3^3 \cdot 2^3 = 5^3 \cdot 2^3 = 10^3 = 1000$

Recuerda

$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n \longrightarrow 5^3 \cdot 2^3 = 10^3 = 1000$

$a^n : b^n = (a : b)^n \longrightarrow 6^6 : 3^6 = 2^6 = 64$

9. Un cine tiene cuatro salas y una de ellas tiene 12 filas de butacas numeradas del 1 al 15. En la proyección de una película solamente se han quedado 25 butacas sin ocupar. La entrada a ese cine cuesta 8 €. ¿Cuánto dinero se ha recaudado con esa proyección?

Número de butacas de la sala: $12 \cdot 15 = 180$ butacas

Número de entradas vendidas: $180 - 25 = 155$ entradas

Dinero recaudado: $155 \cdot 8 = 1240$ €

10. Un ayuntamiento ha comprado 125 rosales y los ha colocado en hileras, a la misma distancia una planta de otra, formando un cuadrado. Al final han sobrado 4 plantas. ¿Cuántas plantas han puesto en cada hilera?

Número de plantas empleadas: $125 - 4 = 121$ plantas

Número de plantas por hilera: $\sqrt{121} = 11$ plantas por hilera

Evaluación D

1. Realiza las siguientes operaciones.

a) $1\,235 \cdot 234$

$1\,235 \cdot 234 = 288\,990$

b) $12\,456 : 342$

Cociente: 36

Resto: 144

2. Averigua el término que falta en cada operación.

a) $875 - \boxed{227} = 648$

$875 - 648 = 227$

c) $8 \cdot \boxed{65} = 520$

$520 : 8 = 65$

b) $1\,235 + \boxed{420} = 1\,655$

$1\,655 - 1\,235 = 420$

d) $\boxed{105} : 15 = 7$

$15 \cdot 7 = 105$

3. Calcula.

a) $\sqrt{64} = 8$

b) $\sqrt{25} = 5$

c) $\sqrt{100} = 10$

d) $\sqrt{3\,600} = 60$

4. Averigua el número que falta.

a) $\sqrt{\boxed{49}} = 7$

$7 \cdot 7 = 49$

b) $\sqrt{\boxed{144}} = 12$

$12 \cdot 12 = 144$

5. Calcula la raíz cuadrada entera de 124 y su resto.

$11^2 = 121$

$12^2 = 144$

La raíz entera de 124 es 11 y el resto, 3.

6. Calcula el valor de las siguientes potencias.

a) $3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$

b) $2^6 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 64$

7. Expresa con potencias de 10.

a) $800\,000 = 8 \cdot 10^5$

b) $15\,000\,000 = 15 \cdot 10^6$

8. Reduce a una sola potencia y calcula su valor.

a) $3^5 \cdot 3^2 : 3^6 = 3^7 : 3^6 = 3^1 = 3$

b) $(2^2)^3 \cdot 2 : 2^4 = 2^6 \cdot 2 : 2^4 = 2^7 : 2^4 = 2^3 = 8$

c) $3^2 \cdot (3^5 : 3)^2 : 3^{10} = 3^2 \cdot (3^4)^2 : 3^{10} = 3^2 \cdot 3^8 : 3^{10} = 3^{10} : 3^{10} = 3^0 = 1$

d) $(8^4 : 4^4) : 2^2 = 2^4 : 2^2 = 2^2 = 4$

e) $(25^3 : 5^3) \cdot (8^3 : 2^3) = 5^3 \cdot 4^3 = 20^3 = 8\,000$

9. Calcula el valor de cada expresión.

a) $12 - 4 \cdot 2 + 6 - 12 : 3 = 12 - 8 + 6 - 4 = 6$

b) $2 + 3 \cdot (12 - 3 \cdot 2) = 2 + 3 \cdot (12 - 6) = 2 + 3 \cdot 6 = 2 + 18 = 20$

c) $21 - 2 \cdot 3^2 + 3 \sqrt{9} = 21 - 2 \cdot 3^2 + 3 \cdot 3 = 21 - 2 \cdot 9 + 3 \cdot 3 = 21 - 18 + 9 = 12$

d) $3 \cdot 2^3 - (8 - \sqrt{29 - 4}) \cdot 2 = 3 \cdot 8 - (8 - \sqrt{25}) \cdot 2 = 24 - (8 - 5) \cdot 2 = 24 - 3 \cdot 2 = 24 - 6 = 18$

e) $(3 \cdot 2 - 2^2)^2 - 3 \cdot \sqrt{81} : 3^2 + 3 \cdot (2^4 - 3 \cdot 2^2) =$
 $= (6 - 4)^2 - 3 \cdot 9 : 9 + 3 \cdot (16 - 3 \cdot 4) = 2^2 - 27 : 9 + 3 \cdot (16 - 12) = 4 - 3 + 3 \cdot 4 = 4 - 3 + 12 = 13$

10. Un coche recorre 1 200 km. Su consumo medio de combustible es de 5 L cada 100 km. Comenzó el recorrido con el depósito lleno. Ha parado una vez para repostar y ha echado 30 L. Si la capacidad del depósito es de 70 L, ¿cuántos litros tendrá que echar al final del recorrido para volver a llenar el depósito?

Litros consumidos en el recorrido: $1\,200 : 100 \cdot 5 = 60$ L

Litros que quedan en el depósito al finalizar el recorrido: $70 + 30 - 60 = 40$ L

Litros que tiene que echar para volver a llenar el depósito: $70 - 40 = 30$ L

DIVISIBILIDAD

Evaluación A

1. Indica verdadero o falso justificando tu respuesta con una operación.

- a) 12 es múltiplo de 4. Verdadero. $12 : 4 = 3$
- b) 17 es múltiplo de 7.
Falso. La división $17 : 7$ no es exacta.
- c) 5 es un divisor de 25. Verdadero $25 : 5 = 5$
- d) 27 es divisible por 9. Verdadero. $27 : 9 = 3$
- e) 8 es divisor de 18.
Falso. La división $18 : 8$ no es exacta.

Recuerda

Si la división entre dos números, $a : b$, es exacta decimos que entre a y b hay **relación de divisibilidad**.

- a es múltiplo de b .
- b es divisor de a .
- a es divisible por b .

2. Escribe todos los divisores de 18.

Ten en cuenta

Para buscar todos los divisores de un número se divide dicho número por los números naturales 1, 2, 3, 4, ... hasta que el cociente sea menor o igual que el divisor. Los divisores y los cocientes de las divisiones exactas son los divisores del número.

$$\text{Div}(18) = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$$

3. Averigua los divisores comunes de 18 y 45 e indica cuál es su máximo común divisor.

Divisores de 18: 1, 2, 3, 6, 9, 18

Divisores de 45: 1, 3, 5, 9, 15, 45

Divisores comunes de 18 y 45: 1, 3, 9

m.c.d. (18, 45) = 9

Recuerda

El **máximo común divisor** de dos números a y b es el mayor divisor que tienen en común.

Escribimos: m.c.d. (a, b)

4. Indica cuáles de los siguientes números cumplen la condición dada.

130	585	480	792
	1 595	33 462	

- a) Múltiplo de 2 y 3: 480, 792 y 33 462
- b) Múltiplo de 5 pero no de 2: 585 y 1 595
- c) Múltiplo de 2, 3 y 5: 480
- d) Múltiplo de 3 y 5: 480 y 585
- e) Múltiplo de 2 y 5: 130 y 480
- f) Múltiplo de 11: 792, 1 595, 33 462

Recuerda

Un número es:

- **Múltiplo de 2** si termina en 0, 2, 4, 6 u 8.
- **Múltiplo de 3** si sus cifras suman 3 o un múltiplo de 3.
- **Múltiplo de 5** si termina en 0 o 5.
- **Múltiplo de 10** si termina en 0.
- **Múltiplo de 11** si la diferencia entre la suma de las cifras que ocupan posiciones pares y la de las que ocupan posiciones impares es 0 o múltiplo de 11.

5. Averigua los 3 primeros múltiplos comunes de 8 y 12 e indica cuál es su mínimo común múltiplo.

Recuerda

Los **múltiplos** de un número se averiguan multiplicando el número por los números naturales 1, 2, 3, 4, ...

- Múltiplos de 4 = 4, 8, **12**, 16, 20, 24, 28, 32, **36**, 40
- Múltiplos de 6 = 6, **12**, 18, **24**, 30, **36**, 42

Los múltiplos comunes de 4 y 6 son: 12, 24, 36, ...

El menor de ellos se llama **mínimo común múltiplo**.

m.c.m. (4, 6) = 12

Múltiplos de 8: 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72, ...

Múltiplos de 12: 12, 24, 36, 48, 60, 72, ...

Los tres primeros múltiplos comunes de 8 y 12 son: 24, 48 y 72.

m.c.m. (8, 12) = 24

6. ¿En qué cifra tiene que terminar un número para que sea divisible por 2 y por 5?

Para que sea divisible por 2 y por 5 el número debe terminar en 0.

7. Clasifica los siguientes números en primos y compuestos.

12, 7, 21, 13, 26, 30, 33, 19

Primo

7 13 19

Compuesto

12 21 26
30 33

Recuerda

- Un número es **primo** si tiene solamente dos divisores, el 1 y el propio número.
- Un número es **compuesto** si tiene más de dos divisores.

El 1 no es ni primo ni compuesto

8. Descompón en factores primos.

a) 12

12 | 2
6 | 2
3 | 3
1 |

$12 = 2^2 \cdot 3$

b) 40

40 | 2
20 | 2
10 | 2
5 | 5
1 |

$40 = 2^3 \cdot 5$

c) 140

140 | 2
70 | 2
35 | 5
7 | 7
1 |

$140 = 2^2 \cdot 5 \cdot 7$

Ten en cuenta

Para **descomponer un número en factores primos**, vamos dividiendo el número entre números primos hasta que el cociente sea 1.

18 | 2
0 9 | 3
0 3 | 3
0 1 |

O bien

18 | 2
9 | 3
3 | 3
1 |

→ $18 = 2 \cdot 3^2$

9. Los monitores de un campamento quieren hacer con los 40 niños que tienen equipos con el mismo número de participantes en cada uno. ¿De cuántas formas lo pueden hacer?

Se trata de buscar los divisores de 40.

$\text{Div}(40) = \{1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40\}$

Desechamos el 1 y el 40 porque se trata de hacer equipos.

Se puede hacer equipos de 2, 4, 5, 8, 10 y 20 niños. Hay seis formas distintas.

10. Jaime va a la piscina cada tres días, juega al tenis cada cuatro días y visita a sus abuelos una vez cada seis días. Si hoy ha hecho las tres cosas a la vez, ¿dentro de cuántos días volverá a hacer las tres cosas el mismo día?

Se trata de buscar el mínimo común múltiplo de 3, 4 y 6: m.c.m. (3, 4, 6) = 12

Dentro de 12 días volverá a ir a la piscina, jugará al tenis y visitará a sus abuelos en el mismo día.

Evaluación B

1. Averigua si entre 364 y 26 hay relación de divisibilidad. Indica qué operación haces para averiguarlo.

$$364 : 26 = 14$$

Como es una división exacta, entre 364 y 26 hay relación de divisibilidad.

2. Escribe los múltiplos de 24 mayores que 70 y menores que 100.

Al hacer la división $70 : 24$ el cociente entero es 2.

Los múltiplos de 24 mayores que 70 y menores que 100 son: $24 \cdot 3 = 72$ y $24 \cdot 4 = 96$

3. Escribe los números que faltan.

a) $\text{Div}(20) = \{1, 2, \boxed{4}, 5, \boxed{10}, \boxed{20}\}$

b) $\text{Div}(24) = \{\boxed{1}, 2, 3, \boxed{4}, 6, \boxed{8}, \boxed{12}, 24\}$

4. Averigua si los números 91 y 167 son primos o compuestos.

Ten en cuenta

Para averiguar si un número es primo dividimos el número entre los números primos 2, 3, 5, 7, 11, ... hasta que el cociente sea menor que el divisor. Si ninguna división es exacta, el número es primo y si hay alguna que lo es, el número es compuesto.

91 no es divisible por 2, 3 y 5, pero al dividir entre 7 la división es exacta. Así, 91 es compuesto.

Las divisiones de 167 entre 2, 3, 5, 7, 11 y 13 no son exactas. Y al dividir entre 13 el cociente es menor que el divisor. Por tanto, 167 es primo.

5. Indica qué cifras puede ser la letra a para que el número resultante cumpla la condición indicada.

- a) $56a$ tiene que ser un número divisible por 2.

El número tiene que ser par, por tanto tenemos que:

$$a = 0, a = 2, a = 4, a = 6, a = 8$$

- b) $76a$ tiene que ser un número divisible por 3.

La suma de las cifras tiene que ser múltiplo de 3.

$$a = 2 \quad 7 + 6 + 2 = 15$$

$$a = 5 \quad 7 + 6 + 5 = 18$$

$$a = 8 \quad 7 + 6 + 8 = 21$$

6. ¿Existe algún número que sea múltiplo de 10 pero no de 5? Explica detalladamente tu respuesta.

No existe. Si es múltiplo de 10 tiene que terminar en 0 y cualquier número que termina así es múltiplo de 5 ya que los múltiplos de 5 son los números que terminan en 0 o 5.

7. Obtén el mínimo común múltiplo y el máximo común divisor de los números dados.

a) 12 y 70

$$12 = 2^2 \cdot 3$$

$$70 = 2 \cdot 7 \cdot 5$$

$$\text{m.c.m.}(12, 72) = 2^2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 5 = 420$$

$$\text{m.c.d.}(12, 72) = 2$$

b) 100 y 180

$$100 = 5^2 \cdot 2^2$$

$$180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$$

$$\text{m.c.m.}(100, 180) = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 3^2 = 900$$

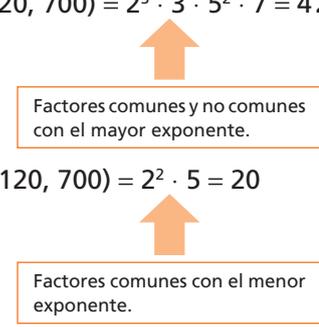
$$\text{m.c.d.}(100, 180) = 2^2 \cdot 5 = 20$$

Ten en cuenta

Para obtener el mínimo común múltiplo (m.c.m.) y el máximo común divisor (m.c.d.) de 120 y 700:

$$120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \text{m.c.m.}(120, 700) = 2^3 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7 = 4200$$

$$700 = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 7 \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \text{m.c.d.}(120, 700) = 2^2 \cdot 5 = 20$$



Factores comunes y no comunes con el mayor exponente.

Factores comunes con el menor exponente.

8. En un supermercado venden los yogures en paquetes de 6 y no admiten que se rompan para su compra. Lucía ha comprado más de 12 yogures y menos de 20. ¿Cuántos yogures ha comprado?

Se trata de buscar un múltiplo de 6 comprendido entre 12 y 20.

Los múltiplos de 6 son: 6, 12, 18, 24, ...

Ha comprado 18 yogures.

9. Marta cuenta los libros que hay en una estantería de dos en dos y le sobra uno. Para comprobar que los ha contado bien los vuelve a contar pero de tres en tres y le da la misma cantidad y le vuelve a sobrar uno. Intrigada por la casualidad los vuelve a contar de 5 en 5, obtiene el mismo resultado y le vuelve a sobrar uno. En la estantería hay más de 100 y menos de 150 libros. ¿Cuántos libros tiene la estantería?

El mínimo común múltiplo de 2, 3 y 5 es 30.

Los múltiplos comunes de 2, 3, y 5 son los múltiplos de 30: 30, 60, 90, 120, 150, ...

El único múltiplo de 30 comprendido entre 100 y 150 es 120.

Como hay un libro más, la estantería tiene que contener $120 + 1 = 121$ libros.

10. El profesor de Lengua de las clases de 1.º A y 1.º B con 24 y 30 alumnos respectivamente, quiere que hagan un trabajo en equipo. Todos los equipos tienen que tener el mismo número de alumnos y por supuesto no quiere que se mezclen alumnos de las dos clases. ¿De cuántos alumnos pueden ser los equipos y cuántos habrá en cada caso en cada clase?

Buscamos los divisores comunes de 24 y 30:

■ Divisores de 24 = 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24

■ Divisores de 30 = 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30

Los divisores comunes de 24 y 30 son: 1, 2, 3, 6

Desechamos el 1, porque en este caso los alumnos harían individualmente el trabajo. Por tanto puede: Hacer equipos de 2 (12 en 1.º A y 15 en 1.º B; equipos de 3 (8 en 1.º A y 10 en 1.º B) o equipos de 6 (3 en 1.º A y 5 en 1.º B)

Evaluación C

1. Indica cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas (V) y cuáles falsas (F).

- a) 8 es múltiplo de 2. V
- b) 6 es divisor de 3. F
- c) 3 es divisor de 9. V
- d) 4 es múltiplo de 8. F
- e) 9 es divisor de 27. V

Ten en cuenta

Si entre dos números hay relación de divisibilidad, el mayor de ellos es múltiplo del menor y este es divisor del mayor. Esta propiedad no se cumple al revés.

2. Averigua los tres primeros múltiplos de 18 mayores que 150.

El cociente entero al dividir 150 entre 18 es 8.

$$9 \cdot 18 = 162 \quad 10 \cdot 18 = 180 \quad 11 \cdot 18 = 198$$

Los tres primeros múltiplos de 18 mayores que 150 son: 162, 180 y 198

3. Escribe los tres primeros múltiplos comunes de 15 y 20.

$$15 = 3 \cdot 5$$

$$20 = 2^2 \cdot 5$$

$$\text{m.c.m.}(15, 20) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$$

Los tres primeros múltiplos comunes de 15 y 20 son: 60, 120 y 180

Ten en cuenta

Los múltiplos comunes de dos o más números son los múltiplos de su mínimo común múltiplo.

4. Escribe los divisores comunes de 24 y 18.

$$18 = 2 \cdot 3^2$$

$$24 = 2^3 \cdot 3$$

$$\text{m.c.d.}(18, 24) = 2 \cdot 3 = 6$$

Los divisores comunes de 24 y 18 son los divisores de 6, esto es: $\text{Div}(6) = \{1, 2, 3, 6\}$

Ten en cuenta

Los divisores comunes de dos o más números son los divisores de su máximo común divisor.

5. Escribe todos los números primos menores que 30.

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 y 29

6. Identifica los números primos que hay entre los siguientes números:

18 123 47 55 121

- 18 es múltiplo de 2 por ser par. Es compuesto.
- 123 es múltiplo de 3 por que sus cifras suman 6. Es compuesto.
- 55, termina en 5, es múltiplo de 5. Es compuesto.
- 47 no es divisible por 2 por no ser par, por 3 porque sus cifras suman 11, por 5 porque no termina en 0 ni en 5, ni por 7 porque la división no es exacta y como además el cociente entero es 6, menor que 7, podemos afirmar que es primo.
- 121, es múltiplo de 11 porque $1 + 1 - 2 = 0$. Es compuesto.

Ten en cuenta

Los criterios de divisibilidad son útiles para identificar si un número es primo o compuesto.

7. Averigua el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de los números a y b sin determinar el valor de estos.

a) $a = 2^3 \cdot 3 \cdot 7$
 $b = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5$

m.c.m. $(a, b) = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 5 \cdot 7 = 7560$

m.c.d. $(a, b) = 2^2 \cdot 3 = 12$

b) $a = 2 \cdot 3^2$
 $b = 3 \cdot 5 \cdot 11$

m.c.m. $(a, b) = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 11 = 990$

m.c.d. $(a, b) = 3$

8. Obtén el mínimo común múltiplo y el máximo común divisor de los números indicados.

a) 280 y 420

280	2		420	2
140	2		210	2
70	2		105	3
35	5		35	5
7	7		7	7
1			1	

$280 = 2^3 \cdot 5 \cdot 7$

$420 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$

m.c.m. $(280, 420) = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 840$

m.c.d. $(280, 420) = 2^2 \cdot 5 \cdot 7 = 140$

b) 315 y 924

315	3		924	2
105	3		462	2
35	5		231	3
7	7		77	7
1			11	11
				1

$315 = 3^2 \cdot 5 \cdot 7$

$924 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11$

m.c.m. $(315, 924) = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 = 13860$

m.c.d. $(315, 924) = 3 \cdot 7 = 21$

9. Calcula.

a) m.c.m. $(2, 3, 6) = 6$

b) m.c.m. $(2, 4, 8) = 8$

c) m.c.m. $(3, 4, 6) = 12$

d) m.c.d. $(2, 3, 6) = 1$

e) m.c.d. $(2, 4, 8) = 2$

f) m.c.d. $(3, 4, 6) = 1$

10. El número ABA es un número de tres cifras múltiplo de 3. Además el número AA es primo y la cifra B es impar. ¿De qué número se trata teniendo en cuenta que A y B son distintos?

El único número de dos cifras iguales que es primo es el 11. El resto son divisibles por 11. Por tanto $A = 1$.

De todos los números de tres cifras de la forma $1B1$, los únicos divisibles por 3 son 111, 141 y 171. En dos de ellos la cifra B es impar, pero el 111 no puede ser porque el número sería AAA . Por tanto, $B = 7$.

El número ABA es el 171.

11. Se quiere partir dos listones de 120 cm y 140 cm en trozos del mismo tamaño sin que sobre nada de ninguno de los dos listones y cortando cada listón en el menor número de trozos posible. ¿De qué tamaño tienen que ser los trozos?

El tamaño de los trozos tiene que ser divisor común de 120 y 140. Como queremos que cada listón se corte en el menor número posible de trozos, estos tienen que tener el mayor tamaño posible, por lo que buscamos el máximo común divisor de 120 y 140.

$120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$

$140 = 2^2 \cdot 5 \cdot 7$

m.c.d. $(120, 140) = 2^2 \cdot 5 = 20$

Los trozos tienen que ser de 20 cm de largo.

Evaluación D

1. La división $120 : 8$ es exacta. Expresa en términos *es múltiplo de*, *es divisor de* y *es divisible por* la relación entre 120 y 8.

120 es múltiplo de 8.

8 es divisor de 120.

120 es divisible por 8.

2. Justifica cada enunciado con una operación.

a) 80 es múltiplo de 5.

$$80 : 5 = 16$$

La división es exacta.

b) 7 es divisor de 35.

$$35 : 7 = 5$$

La división es exacta.

c) 12 no es múltiplo de 7.

$$12 : 7$$

La división no es exacta.

3. Escribe.

a) Los tres primeros múltiplos de 8:

8, 16, 24

b) El primer múltiplo común de 5 y 8:

40

c) Todos los divisores de 14:

1, 2, 7, 14

d) El número que es divisor común de todos:

1

4. Completa la tabla poniendo *sí* o *no* en cada casilla sin hacer ninguna división.

	101	850	1265	13860
Divisible por 2	no	sí	no	sí
Divisible por 3	no	no	no	sí
Divisible por 5	no	sí	sí	sí
Divisible por 10	no	sí	no	sí
Divisible por 11	no	no	sí	sí

5. Escribe los números primos mayores que 110 y menores que 120.

110, 112, 114, 116 y 118 no son primos por ser divisibles por 2, ya que son pares.

111, 117 no son primos por ser divisibles por 3.

115 no es primo por ser divisible por 5.

Solo nos queda comprobar si son primos el 113 y el 119.

$113 : 7$ la división no es exacta, y $113 : 11$ la división no es exacta y el cociente entero es 10 menor que 11. Por tanto 113 no es divisible por 2, 3, 5, 7 ni 11. Es primo.

$119 : 7$ es una división exacta. Por tanto, 119 es compuesto.

El único número primo entre 110 y 120 es 113.

6. A partir de la descomposición factorial de los siguientes números, calcula el número indicado en cada apartado.

$$m = 2^2 \cdot 3^2 \quad n = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 \quad p = 5 \cdot 7$$

- a) m.c.m. $(m, n) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 = 360$ c) m.c.m. $(m, p) = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 = 1260$
 b) m.c.d. $(n, p) = 5$ d) m.c.d. $(m, p) = 1$

7. Descompón en factores primos y obtén el mínimo común múltiplo y el máximo común divisor de los números dados.

- a) 132 y 308

$$\begin{array}{r|l} 132 & 2 \\ 66 & 2 \\ 33 & 3 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 308 & 2 \\ 154 & 2 \\ 77 & 7 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array}$$

$$132 = 2^2 \cdot 3 \cdot 11$$

$$308 = 2^2 \cdot 7 \cdot 11$$

$$\text{m.c.m. } (132, 308) = 2^2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11 = 924$$

$$\text{m.c.d. } (132, 308) = 2^2 \cdot 11 = 44$$

- b) 400 y 650

$$\begin{array}{r|l} 400 & 2 \\ 200 & 2 \\ 100 & 2 \\ 50 & 2 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 650 & 2 \\ 325 & 5 \\ 65 & 5 \\ 13 & 13 \\ 1 & \end{array}$$

$$400 = 2^4 \cdot 5^2$$

$$650 = 2 \cdot 5^2 \cdot 13$$

$$\text{m.c.m. } (400, 650) = 2^4 \cdot 5^2 \cdot 13 = 5200$$

$$\text{m.c.d. } (400, 650) = 2 \cdot 5^2 = 50$$

8. Averigua.

- a) m.c.m. $(2, 8) = 8$ c) m.c.m. $(6, 9) = 18$ e) m.c.d. $(2, 5) = 1$ g) m.c.m. $(4, 6) = 2$
 b) m.c.m. $(3, 5) = 15$ d) m.c.m. $(2, 3, 4) = 12$ f) m.c.d. $(4, 8) = 4$ h) m.c.d. $(2, 4, 6) = 2$

9. En una nave se almacenan cajas de 20 cm y 15 cm de altura, poniendo unas sobre otras formando pilas. Todas las pilas deben tener la misma altura y ser la máxima posible sin sobrepasar 150 cm y sin mezclar en ninguna cajas de las dos clases. ¿Es posible almacenar de esta forma 240 cajas de cada clase sin que sobre ninguna?

La altura de las pilas tiene que ser mayor múltiplo común de 20 y 15 menor que 150.

$$15 = 3 \cdot 5; 20 = 2^2 \cdot 5$$

m.c.m. $(15, 20) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$. El mayor múltiplo de 60 menor que 150 es 120.

Las pilas tienen 120 cm de altura.

$120 : 20 = 6$ y $120 : 15 = 8$. Las pilas se forman con 6 cajas de 20 cm u 8 cajas de 15 cm.

$240 : 6 = 40$ y $240 : 8 = 30$. Por tanto, es posible almacenar de esta forma 240 cajas de cada clase sin que sobre ninguna.

10. Se ha cubierto el suelo de una habitación rectangular que mide 480 cm de largo por 330 cm de ancho con baldosas cuadradas del mayor tamaño posible sin tener que cortar ninguna. ¿Cuántas baldosas se han empleado?

$$480 = 2^5 \cdot 3 \cdot 5; 330 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11$$

$$\text{m.c.d. } (480, 330) = 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$$

Las baldosas tienen 30 cm de lado.

$480 : 30 = 16$ y $330 : 30 = 11$. Por tanto, se han empleado: $16 \cdot 11 = 176$ baldosas

NÚMEROS ENTEROS

Evaluación A

1. Expresa con un número entero.

- a) El segundo sótano de un edificio.
 b) Estar a 150 m sobre el nivel del mar.
 c) Alcanzar una temperatura de cuatro grados bajo cero.
 d) El billete de tren cuesta cinco euros más que el año pasado.
 e) Nació en el año veinte antes de Cristo.

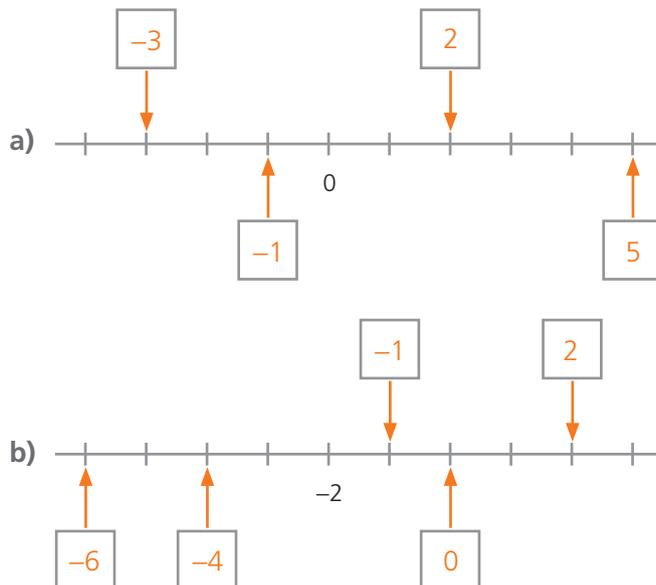
-2
 150
 -4
 5
 -20

Recuerda

Los **números enteros** son:

- Negativos: $-1, -2, -3, -4, \dots$
- El cero.
- Positivos: $1, 2, 3, 4, \dots$

2. Indica el número entero que corresponde a los puntos marcados.



Recuerda

Los números enteros negativos se representan en la recta a la izquierda del cero y los positivos a la derecha.



3. Ordena de menor a mayor los siguientes números enteros: $-3, 4, -5, 0, 1, 12, -6$

Ten en cuenta

- Cuanto más alejado del 0 está en la recta un número entero negativo, menor es el número.
- Cuanto más alejado del 0 está en la recta un número entero positivo, mayor es el número.

$$-6 < -5 < -3 < 0 < 1 < 4 < 12$$

4. Escribe.

- a) $op(-3) = +3$ c) $op(0) = 0$
 b) $op(+7) = -7$ d) $op(-10) = +10$

Recuerda

El **opuesto de un número entero** es el que está a la misma distancia del 0 que él.

$$op(-3) = +3 \quad op(+5) = -5$$

5. Resuelve las siguientes sumas.

- a) $3 + (-6) = -3$
- b) $-5 + 7 = 2$
- c) $-8 + (-8) = -16$
- d) $-4 + (-1) = -5$
- e) $8 + (-3) = 5$
- f) $-6 + 2 = -4$

Recuerda

Para **sumar dos números enteros**:

■ Si son del mismo signo se suman las partes numéricas y el resultado tiene el mismo signo que los sumandos.

$$3 + 5 = 8 \qquad -6 + (-2) = -8$$

■ Si son de distinto signo, se resta la parte numérica mayor de la menor y el resultado tiene el signo del número que tiene la parte numérica mayor.

$$3 + (-5) = -2 \qquad -8 + 10 = 2$$

6. Haz las siguientes restas.

Recuerda

Para **restar dos números enteros** se suma al primero el opuesto del segundo.

- a) $7 - 10 = -3$
- b) $-5 - 6 = -11$
- c) $8 - 4 = 4$
- d) $-10 - 1 = -11$
- e) $-4 - (-2) = -2$
- f) $-2 - (-2) = 0$
- g) $4 - (-6) = 10$
- h) $12 - (-2) = 14$

7. Calcula el valor de las siguientes expresiones.

- a) $-3 + 4 - 5 + 6 = 10 - 8 = 2$
- b) $8 - 9 + 1 - 2 - 1 = 9 - 12 = -3$
- c) $-4 + 3 - 1 - 5 + 7 - 2 = 10 - 12 = -2$
- d) $8 + 3 - 2 - 2 - 1 + 4 = 15 - 5 = 10$
- e) $7 - 10 + 5 - 4 - 3 + 1 = 13 - 17 = -4$

Ten en cuenta

Para calcular una expresión con sumas y restas de números enteros, se suman por un lado los números positivos; por otro los negativos, y después se restan los dos resultados obtenidos:

$$3 + 4 - 2 + 1 - 6 = (3 + 4 + 1) - (2 + 6) = 8 - 8 = 0$$

8. Opera.

Recuerda

Regla de los signos

$+\cdot+=+$	$+\div+=+$
$+\cdot-=-$	$+\div-=-$
$- \cdot +=-$	$- \div +=-$
$- \cdot - = +$	$- \div - = +$

- a) $3 \cdot (-2) = -6$
- b) $-5 \cdot (-3) = 15$
- c) $-4 \cdot 3 = -12$
- d) $-2 \cdot (-6) = 12$
- e) $7 \cdot (-2) = -14$
- f) $8 \div (-2) = -4$
- g) $-9 \div 3 = -3$
- h) $-6 \div (-3) = 2$
- i) $12 \div 3 = 4$
- j) $15 \div (-5) = -3$

9. Una persona nació en el año 29 a.C. y vivió 40 años. ¿En qué año murió?

$-29 + 40 = 11$. Murió en el año 11 d.C.

10. En una ciudad europea la temperatura máxima de un día ha sido 8°C y la mínima -3°C . ¿Qué diferencia ha habido entre la máxima y la mínima?

$8 - (-3) = 11$. Ha habido una diferencia de 11°C .

Evaluación B

1. Indica el significado de los siguientes números enteros.

a) Temperatura mínima $-2\text{ }^{\circ}\text{C}$



2 grados centígrados bajo cero.

b) Diferencia de goles a favor y en contra: $+2$



Ha metido dos goles más de los que ha encajado.

c) La diferencia del número de parados respecto del mes anterior es $-1\ 800$.



Hay 1 800 parados menos que el mes anterior.

d) Variación del precio de un litro de gasolina con respecto al que tenía hace un mes: $+2\text{ CENT}$



El litro de gasolina cuesta 2 CENT más que hace un mes.

2. Indica.

a) $|3| = 3$

d) $|+8| = 8$

b) $|-4| = 4$

e) $\text{op } |+5| = \text{op}(5) = -5$

c) $|-10| = 10$

f) $\text{op } |-3| = \text{op}(3) = -3$

Recuerda

El **valor absoluto** de un número entero es el número de unidades que dista de 0.

$$|+4| = 4 \quad |-4| = 4$$

3. Completa la frase poniendo una X en la casilla correspondiente.

	Mayor	Menor
Cuanto mayor es el valor absoluto de un número negativo ese número es ...		X
Cuanto menor es el valor absoluto de un número entero positivo, ese número es ...		X
Al comparar dos números enteros negativos el que tiene menor valor absoluto es el ...	X	
Al comparar un número entero positivo y un número entero negativo, el positivo siempre es el ...	X	
Al comparar dos números enteros positivos, el mayor de los dos es el que su valor absoluto es ...	X	

4. Ordena según el criterio dado en cada caso.

a) De menor a mayor: $-5, 7, 2, -9, 0, -1$

$$-9 < -5 < -1 < 0 < 2 < 7$$

b) De mayor a menor: $8, -5, -4, 9, -10, 4, -1$

$$9 > 8 > 4 > -1 > -4 > -5 > -10$$

Ten en cuenta

Los números enteros quedan ordenados de menor a mayor en la recta numérica de izquierda a derecha.

5. Calcula.

a) $3 + (-4) = -1$

c) $-7 + 10 = 3$

e) $-3 + 1 = -2$

g) $12 + (-3) = 9$

b) $-3 - 7 = -10$

d) $8 - (-2) = 10$

f) $-4 - (-4) = 0$

h) $4 - 13 = -9$

6. Averigua el valor de las siguientes expresiones.

- a) $3 + (-2) - (-7) + 8 =$
 $= 3 - 2 + 7 + 8 = 18 - 2 = 16$
- b) $-5 - 6 + (-7) - 4 + 2 - (-9) =$
 $= -5 - 6 - 7 - 4 + 2 + 9 = 11 - 22 = -11$
- c) $9 - 3 + 10 - 5 - (-4) + (-1) =$
 $= 9 - 3 + 10 - 5 + 4 - 1 = 23 - 9 = 14$

Ten en cuenta

Para calcular el valor de expresiones con números negativos se puede simplificar su escritura teniendo en cuenta que:

$$-(-a) = +a \quad +(-a) = -a$$

Por ejemplo:

$$3 + (-6) + 1 - (-4) = 3 - 6 + 1 + 4 = 8 - 6 = 2$$

7. Calcula.

Ten en cuenta

Presta atención al signo del valor de un paréntesis cuando este es negativo.

$$3 - (2 - 6) = 3 - (-4) = 3 + 4 = 7$$

- a) $3 - (4 - 10) + 7 =$
 $= 3 - (-6) + 7 = 3 + 6 + 7 = 16$
- b) $-2 - (-6 + 9) - (9 - 12) =$
 $= -2 - 3 - (-3) = -2 - 3 + 3 = 3 - 5 = -2$
- c) $-9 + (-3) - (-2 - 1) - (-3 + 8) =$
 $= -9 - 3 - (-3) - 5 = -9 - 3 + 3 - 5 = 3 - 17 = -14$

8. Opera.

- a) $3 \cdot (-2) : (-6) = -6 : (-6) = 1$
- b) $-18 : [2 \cdot (-3)] = -18 : (-6) = 3$
- c) $6 : 3 \cdot (-2) \cdot 4 = 2 \cdot (-2) \cdot 4 = -4 \cdot 4 = -16$
- d) $[-10 : (5 \cdot 2)] \cdot (-8 : 2) = -1 \cdot (-4) = 4$

9. Un autobús comienza su recorrido con cierto número de pasajeros. En la primera parada se bajan cuatro pasajeros y suben tres; en la segunda se bajan diez y sube uno; en la tercera parada se bajan dos y no sube nadie y en la cuarta y última parada antes de llegar al final de su recorrido se suben dos personas y bajan cuatro. Al destino final llega con 20 pasajeros. ¿Con cuántas personas en el autobús comenzó el recorrido?

$$20 - (-4 + 3 - 10 + 1 - 2 + 2 - 4) = 20 - (-14) = 20 + 14 = 34$$

El autobús comenzó su recorrido con 34 pasajeros.

10. Marcos tiene 11 años y ha escrito la edad de los amigos de la pandilla de este verano tomando como referencia la edad que tiene él. Observa las anotaciones que ha hecho y averigua la edad de cada amigo.

María: +1; Jaime: -2; Óscar: 0
 Sonia: -1; Javier: +3; Lucía: -3

María: 12 años Sonia: 10 años
 Jaime: 9 años Javier: 14 años
 Óscar: 11 años Lucía: 8 años

Evaluación C

1. Escribe.

- a) El número entero negativo anterior a -8 : -9
- b) Los números enteros comprendidos entre -5 y 5 : $-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$
- c) El número entero positivo posterior a 5 : 6
- d) El número entero negativo posterior a -2 : -1
- e) Los números enteros que distan tres unidades de 2 : -1 y 5
- f) El número entero anterior y posterior a -5 : El anterior es -6 ; y el posterior es -4 .

2. Completa con los signos $>$ y $<$ según corresponda.

- a) $3 < 5$
- b) $-10 > -12$
- c) $-4 < -3$
- d) $-1 < 0$
- e) $12 > 0$

3. Completa cada frase con *mayor* o *menor*.

- a) Dados dos números enteros negativos el mayor es el que tiene **menor** valor absoluto.
- b) El -1 es el número entero negativo con **menor** valor absoluto.
- c) De dos números enteros positivos el mayor es el que tiene **mayor** valor absoluto.
- d) Cuanto más alejado está del 0 un número entero negativo, su valor absoluto es **mayor**.

4. Calcula.

- a) $3 + (-7) = -4$
- b) $-5 + 8 = 3$
- c) $7 + (-2) = 5$
- d) $-3 + (-4) = -7$
- e) $-15 + 7 = -8$
- f) $-6 + (-6) = -12$
- g) $-3 - 6 = -9$
- h) $6 - 13 = -7$
- i) $-4 - (-4) = 0$
- j) $8 - 2 = 6$
- k) $-4 - 1 = -5$
- l) $7 - (-9) = 16$

5. Averigua el valor de las siguientes expresiones.

- a) $4 + (-6) - (-3) + 5 - 9 =$
 $= 4 - 6 + 3 + 5 - 9 = 12 - 15 = -3$
- b) $-6 + 5 - 1 - 4 + 8 + 10 =$
 $= 23 - 11 = 12$
- c) $-5 - (-1) + 7 - 4 + (-9) =$
 $= -5 + 1 + 7 - 4 - 9 = 8 - 18 = -10$
- d) $-9 + 10 - (-5) + (-6) - 4 + 3 - (-7) =$
 $= -9 + 10 + 5 - 6 - 4 + 3 + 7 = 25 - 19 = 6$

6. Escribe el término que falta en cada operación.

- a) $4 \cdot (-2) = -8$
- b) $-5 \cdot 3 = -15$
- c) $-6 : (-3) = 2$
- d) $-16 : 8 = -2$
- e) $-2 \cdot (-3) = 6$
- f) $-10 : (-5) = 2$

7. Opera y obtén el valor de cada expresión.

a) $7 - (3 - 5) + 2 \cdot (-6 + 8) =$

$= 7 - (-2) + 2 \cdot 2 = 7 + 2 + 4 = 13$

b) $7 + 6 \cdot 2 - 8 : (-4) + 3 - 5 =$

$= 7 + 12 + 2 + 3 - 5 = 24 - 5 = 19$

c) $3 \cdot (-4 - 3) + 2 \cdot (8 - 12) - 9 : (3 - 6) =$

$= 3 \cdot (-7) + 2 \cdot (-4) - 9 : (-3) =$

$= -21 - 8 + 3 = 3 - 29 = -26$

d) $6 - (4 - 2 \cdot 3) - [6 - (-1 + 7)] =$

$= 6 - (4 - 6) - (6 - 6) = 6 - (-2) - 0 = 6 + 2 = 8$

e) $7 + (8 - 2) \cdot (-3) + [18 - (-3 - 3)] : (-4) =$

$= 7 + 6 \cdot (-3) + [18 - (-6)] : (-4) = 7 - 18 + 24 : (-4) = 7 - 18 - 6 = 7 - 24 = -17$

Ten en cuenta

Al realizar operaciones combinadas debes respetar la jerarquía de las operaciones.

$$-5 + 4 \cdot 2 - (6 - 9) : 3 =$$

Paréntesis

$$= 5 + 4 \cdot 2 - (-3) : 3 =$$

Multiplicaciones y divisiones

$$= -5 + 8 - (-1) =$$

Sumas y restas

$$= -5 + 8 + 1 = 9 - 5 = 4$$

8. Pon los paréntesis necesarios para que las expresiones tengan el valor dado.

a) $(4 - 3) \cdot 2 + 6 = 8$

c) $(8 - 7 + 3) \cdot 2 = 8$

b) $(7 - 2) \cdot (1 - 3) = -10$

d) $6 - (7 - 4) \cdot 3 = -3$

9. Jaime está controlando el peso de los paquetes de harina que salen de una cadena de montaje. Ha anotado la diferencia del peso de 10 de ellos con respecto a los 500 g que se indica en el paquete: +10, 0, -5, +5, -15, +4, -8, -5, 0, 0. ¿Cuánto pesan en total los 10 paquetes?

Diferencia total: $10 + 0 - 5 + 5 - 15 + 4 - 8 - 5 + 0 + 0 = 19 - 33 = -14$

Los 10 paquetes debían pesar: $10 \cdot 500 = 5000$ g

Los 10 paquetes pesan realmente: $5000 - 14 = 4986$ g

10. Estas son las temperaturas máximas y mínimas en una ciudad los tres primeros días de una semana. Averigua en cuál de los tres días subió más la temperatura durante el día.

	Mínima	Máxima
Lunes	-3 °C	4 °C
Martes	-7 °C	-1 °C
Miércoles	1 °C	6 °C

Diferencia de temperatura el lunes: $4 - (-3) = 7$

Diferencia de temperatura el martes: $-1 - (-7) = 6$

Diferencia de temperatura el miércoles: $6 - 1 = 5$

El día que más subió la temperatura fue el lunes.

Evaluación D

1. Expresa con un número entero el valor numérico que aparece en los enunciados.

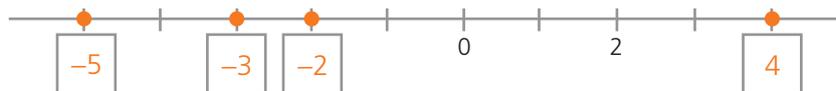
a) Saldo de 500 € a favor del cliente en una cuenta corriente:

b) Estar a 12 m por debajo del nivel del mar:

c) Tener el coche en el sótano 3 de un aparcamiento:

d) Año 15 d. C.:

2. Indica qué números enteros corresponden a los puntos marcados.



3. Ordena con el criterio dado.

a) De mayor a menor: 18, -14, -7, 9, -12, 10, 5, -3, 1  $18 > 10 > 9 > 5 > 1 > -3 > -7 > -12 > -14$

b) De menor a mayor: 8, -5, 0, -10, -2, 9, 3  $-10 < -5 < -2 < 0 < 3 < 8 < 9$

4. Completa.

a) $op(-12) = +12$

b) $op(+9) = -9$

c) $|-10| = 10$

d) $|+8| = 8$

5. Opera.

a) $-9 + 12 = 3$

f) $-4 - 4 = -8$

b) $6 - 10 = -4$

g) $7 - (-2) = 9$

c) $5 + (-7) = -2$

h) $-9 - 1 = -10$

d) $-3 - (-3) = 0$

i) $-3 + (-4) = -7$

e) $-10 + 4 = -6$

j) $12 + (-3) = 9$

6. Calcula.

a) $3 + 7 - 10 + 8 - 9 + 2 = 20 - 19 = 1$

b) $-4 + (-7) - (-3) + 2 - (-1) + (-2) = -4 - 7 + 3 + 2 + 1 - 2 = 6 - 13 = -7$

7. Averigua el término que falta en cada operación.

a) $7 - \boxed{-10} = 17$

e) $16 : \boxed{-4} = -4$

b) $9 + \boxed{-6} = 3$

f) $-8 \cdot \boxed{2} = -16$

c) $\boxed{-7} + 6 = -1$

g) $\boxed{-18} : (-9) = 2$

d) $\boxed{4} - 9 = -5$

h) $\boxed{3} \cdot 5 = 15$

8. Opera y calcula.

a) $5 + 6 \cdot (-2) - 7 - 18 : (-2) =$
 $= 5 - 12 - 7 + 9 = 14 - 19 = -5$

b) $6 - 3 \cdot (-2) + 4 - (-12) : (-3) =$
 $= 6 + 6 + 4 - 4 = 16 - 4 = 12$

9. Halla el valor de las siguientes expresiones.

a) $4 \cdot (-7 + 10) - (-3 - 6) \cdot 2 =$
 $= 4 \cdot 3 - (-9) \cdot 2 = 12 - (-18) = 12 + 18 = 30$

b) $4 + 3 \cdot (6 - 9) + (8 - 9) \cdot 3 =$
 $= 4 + 3 \cdot (-3) + (-1) \cdot 3 = 4 + (-9) + (-3) = 4 - 9 - 3 = 4 - 12 = -8$

c) $6 + 3 - (4 - 2 \cdot 5 + 1) - 6 =$
 $= 6 + 3 - (4 - 10 + 1) - 6 = 6 + 3 - (-5) - 6 = 6 + 3 + 5 - 6 = 14 - 6 = 8$

d) $-12 + 3 - (8 - 12) \cdot (-3 + 6) - (-3 - 2) \cdot (-2) =$
 $= -12 + 3 - (-4) \cdot 3 - (-5) \cdot (-2) = -12 + 3 - (-12) - 10 = -12 + 3 + 12 - 10 = 15 - 22 = -7$

10. Resuelve.

a) Justiniano nació en el año 23 a.C. y vivió 57 años. ¿En qué año murió?
 $-23 + 57 = 34$. Murió en el año 34 d.C.

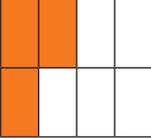
b) Dalila nació en el año 20 a.C. y murió en el 60 d.C. ¿Cuántos años vivió?
 $60 - (-20) = 80$. Vivió 80 años.

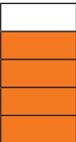
c) Romeo murió en el año 45 d.C. después de haber vivido 60 años. ¿En qué año nació?
 $45 - 60 = -15$. Nació en el año 15 a.C.

FRACCIONES

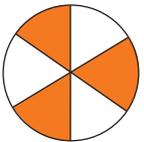
Evaluación A

1. Indica qué fracción de cada figura se ha coloreado.

a)  → $\frac{3}{8}$

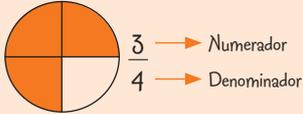
b)  → $\frac{4}{5}$

c)  → $\frac{1}{5}$

d)  → $\frac{3}{6}$

Recuerda

La fracción $\frac{3}{4}$ representa tres de las cuatro partes iguales en las que se ha dividido la unidad.



2. Clasifica las siguientes fracciones en mayores, iguales y menores que 1.

Recuerda

Si en una fracción se cumple que:

- Numerador < denominador, la fracción es menor que 1.
- Numerador > denominador, la fracción es mayor que 1.
- Numerador = denominador, la fracción es igual que 1.

$$\frac{2}{3}, \frac{5}{3}, \frac{7}{7}, \frac{1}{2}, \frac{4}{4}, \frac{9}{5}, \frac{5}{6}$$

Menores que 1: $\frac{2}{3}, \frac{1}{2}, \frac{5}{6}$

Iguals que 1: $\frac{7}{7}, \frac{4}{4}$

Mayores que 1: $\frac{5}{3}, \frac{9}{5}$

3. Identifica si las fracciones dadas son o no son equivalentes escribiendo = o ≠. Deja indicados los cálculos que haces.

a) $\frac{2}{3} \stackrel{=}{\circ} \frac{6}{9}$ $2 \cdot 9 = 3 \cdot 6$

b) $\frac{4}{5} \stackrel{\neq}{\circ} \frac{6}{8}$ $4 \cdot 8 \neq 5 \cdot 6$

c) $\frac{6}{12} \stackrel{=}{\circ} \frac{2}{4}$ $6 \cdot 4 = 12 \cdot 2$

d) $\frac{10}{16} \stackrel{=}{\circ} \frac{25}{40}$ $10 \cdot 40 = 16 \cdot 25$

Ten en cuenta

Para saber si dos fracciones son equivalentes se utilizan los productos cruzados:

- Si son iguales, las fracciones son equivalentes.
 $\frac{4}{6} = \frac{6}{9} \rightarrow 4 \cdot 9 = 6 \cdot 6$
- Si no son iguales, las fracciones no son equivalentes.
 $\frac{3}{5} \neq \frac{6}{8} \rightarrow 3 \cdot 8 \neq 5 \cdot 6$

4. Reduce a común denominador.

Ten en cuenta

Para reducir dos o más fracciones a común denominador se elige como denominador común un múltiplo común de los denominadores, generalmente su mínimo común múltiplo. Después se multiplica cada numerador, por el mismo número que se ha multiplicado el denominador.

$$\frac{3}{4} \text{ y } \frac{5}{6}$$

Denominador común: m.c.m. (4, 6) = 12

$$\frac{3}{4} = \frac{(12 : 4) \cdot 3}{(12 : 4) \cdot 4} = \frac{9}{12} \quad \frac{5}{6} = \frac{(12 : 6) \cdot 5}{(12 : 6) \cdot 6} = \frac{10}{12}$$

a) $\frac{4}{6}$ y $\frac{7}{9}$ m.c.m. (6, 9) = 18

$$\frac{4}{6} = \frac{12}{18} \quad \frac{7}{9} = \frac{14}{18}$$

b) $\frac{3}{4}$ y $\frac{7}{8}$ m.c.m. (4, 8) = 8

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8} \quad \frac{7}{8}$$

c) $\frac{1}{3}$, $\frac{3}{4}$ y $\frac{5}{6}$ m.c.m. (3, 4, 6) = 12

$$\frac{1}{3} = \frac{4}{12}, \frac{3}{4} = \frac{9}{12}, \frac{5}{6} = \frac{10}{12}$$

5. Simplifica al máximo las siguientes fracciones, obteniendo la fracción equivalente irreducible.

Ten en cuenta
Para obtener la fracción equivalente irreducible hay que dividir numerador y denominador por su máximo común divisor.

a) $\frac{9}{18} = \frac{9:9}{18:9} = \frac{1}{2}$ m.c.d. (9, 18) = 9 c) $\frac{12}{18} = \frac{12:6}{18:6} = \frac{2}{3}$ m.c.d. (12, 18) = 6 e) $\frac{3}{15} = \frac{3:3}{15:3} = \frac{1}{5}$ m.c.d. (3, 15) = 3
 b) $\frac{6}{8} = \frac{6:2}{8:2} = \frac{3}{4}$ m.c.d. (6, 8) = 2 d) $\frac{10}{100} = \frac{10:10}{100:10} = \frac{1}{10}$ m.c.d. (10, 100) = 10 f) $\frac{20}{60} = \frac{20:20}{60:20} = \frac{1}{3}$ m.c.d. (20, 60) = 20

6. Realiza las siguientes sumas y restas de fracciones.

a) $\frac{3}{5} + \frac{1}{4} = \frac{12}{20} + \frac{5}{20} = \frac{17}{20}$ d) $\frac{3}{2} - \frac{1}{4} = \frac{6}{4} - \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$
 b) $\frac{2}{3} - \frac{1}{5} = \frac{10}{15} - \frac{3}{15} = \frac{7}{15}$ e) $\frac{3}{10} + \frac{7}{4} = \frac{6}{20} + \frac{35}{20} = \frac{41}{20}$
 c) $\frac{1}{6} + \frac{2}{3} = \frac{1}{6} + \frac{4}{6} = \frac{5}{6}$ f) $\frac{5}{6} - \frac{3}{4} = \frac{10}{12} - \frac{9}{12} = \frac{1}{12}$

Ten en cuenta
Para sumar o restar fracciones de distinto denominador, se reducen los términos a común denominador y se suman o restan los numeradores.

$$\frac{3}{4} + \frac{5}{6} = \frac{(12:4) \cdot 3}{(12:4) \cdot 4} + \frac{(12:6) \cdot 5}{(12:6) \cdot 6} = \frac{9}{12} + \frac{10}{12} = \frac{19}{12}$$

7. Haz las siguientes multiplicaciones y divisiones.

Recuerda
Para multiplicar fracciones: Se multiplican los numeradores y se multiplican los denominadores.

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{5} = \frac{3 \cdot 1}{4 \cdot 5} = \frac{3}{20}$$

Para dividir fracciones: Se multiplica por la fracción inversa que es lo mismo que multiplicar en cruz.

$$\frac{3}{4} : \frac{2}{5} = \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 2} = \frac{15}{8}$$

a) $\frac{3}{5} \cdot \frac{9}{4} = \frac{3 \cdot 9}{5 \cdot 4} = \frac{27}{20}$ e) $\frac{2}{3} : \frac{1}{4} = \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 1} = \frac{8}{3}$
 b) $\frac{2}{5} \cdot \frac{6}{7} = \frac{2 \cdot 6}{5 \cdot 7} = \frac{12}{35}$ f) $\frac{2}{3} : \frac{7}{5} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 7} = \frac{10}{21}$
 c) $\frac{4}{5} : \frac{1}{3} = \frac{4 \cdot 3}{5 \cdot 1} = \frac{12}{5}$ g) $\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{3 \cdot 1}{4 \cdot 4} = \frac{3}{16}$
 d) $\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{8} = \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 8} = \frac{15}{32}$ h) $\frac{1}{6} : \frac{1}{6} = \frac{1 \cdot 1}{6 \cdot 6} = \frac{1}{36}$

8. Calcula el valor de las siguientes expresiones.

a) $\frac{3}{4} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{3}{4} + \frac{1}{6} = \frac{9}{12} + \frac{2}{12} = \frac{11}{12}$ c) $\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5} + \frac{3}{5} = \frac{2}{15} + \frac{3}{5} = \frac{2}{15} + \frac{9}{15} = \frac{11}{15}$
 b) $\frac{7}{3} - \frac{1}{3} : \frac{1}{5} = \frac{7}{3} - \frac{5}{3} = \frac{2}{3}$ d) $\frac{2}{3} : \frac{1}{2} - \frac{1}{6} = \frac{4}{3} - \frac{1}{6} = \frac{8}{6} - \frac{1}{6} = \frac{7}{6}$

9. Sara invierte un tercio del día en dormir, tres octavos en estudiar, la veinticuatroava parte del día en ayudar a realizar las tareas de casa y el resto lo dedica a otras actividades. ¿Qué fracción del día dedica a otras actividades?

$$\frac{1}{3} + \frac{3}{8} + \frac{1}{24} = \frac{8}{24} + \frac{9}{24} + \frac{1}{24} = \frac{18}{24} = \frac{3}{4}$$
 El resto hasta $\frac{4}{4}$ es $\frac{1}{4}$.

Dedica la cuarta parte del día a las otras actividades.

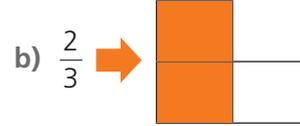
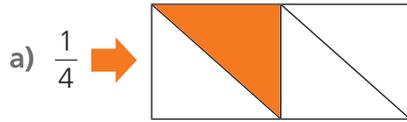
Recuerda
El orden en el que hay que efectuar las operaciones es:
 1.º Multiplicaciones y divisiones.
 2.º Sumas y restas.

10. Una tinaja contiene 600 L de aceite y se envasan en botellas de tres cuartos de litro. ¿Cuántas botellas se envasan?

$$600 : \frac{3}{4} = \frac{2400}{3} = 800 \text{ botellas}$$

Evaluación B

1. Colorea de cada figura la fracción indicada.



2. Completa la tabla.

	Fracción	Numerador	Denominador	Se lee
	$\frac{2}{3}$	2	3	Dos tercios
	$\frac{2}{5}$	2	5	Dos quintos
	$\frac{4}{9}$	4	9	Cuatro novenos

Recuerda

Las fracciones de denominador 2 se leen medios; las de denominador 3, tercios; las de denominador 4, cuartos, a partir del denominador 11 empleamos la terminación *avos* (onceavos, doceavos...).

3. Calcula.

- a) $\frac{3}{4}$ de 20 = $20 : 4 \cdot 3 = 15$
 b) $\frac{1}{5}$ de 50 = $50 : 5 \cdot 1 = 10$
 c) $\frac{2}{3}$ de 45 = $45 : 3 \cdot 2 = 15 \cdot 2 = 30$

Recuerda

Para calcular una fracción de un número natural, se divide este por el denominador y se multiplica por el numerador.

$$\frac{3}{5} \text{ de } 10 = 10 : 5 \cdot 3 = 6$$

También se puede calcular: $10 \cdot 3 : 5$

4. Compara escribiendo los símbolos $>$ y $<$.

Ten en cuenta

Para comparar fracciones con distinto denominador se reducen a común denominador y se comparan los numeradores.

$$\left. \begin{array}{l} \frac{3}{4} = \frac{9}{12} \\ \frac{2}{3} = \frac{8}{12} \end{array} \right\} \rightarrow \frac{9}{12} > \frac{8}{12} \rightarrow \frac{3}{4} > \frac{2}{3}$$

a) $\frac{5}{8} > \frac{4}{7}$

$$\frac{5}{8} = \frac{35}{56} \quad \frac{4}{7} = \frac{32}{56}$$

c) $\frac{9}{8} < \frac{7}{6}$

$$\frac{9}{8} = \frac{27}{24} \quad \frac{7}{6} = \frac{28}{24}$$

b) $\frac{5}{9} < \frac{9}{15}$

$$\frac{5}{9} = \frac{25}{45} \quad \frac{9}{15} = \frac{27}{45}$$

d) $\frac{9}{4} > \frac{11}{5}$

$$\frac{9}{4} = \frac{45}{20} \quad \frac{11}{5} = \frac{44}{20}$$

5. Simplifica al máximo.

a) $\frac{525}{420} = \frac{5}{4}$

$$525 = 3 \cdot 5^2 \cdot 7$$

$$420 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$$

$$\text{m.c.d.}(420, 525) = 3 \cdot 5 \cdot 7 = 105$$

b) $\frac{504}{1260} = \frac{2}{5}$

$$504 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 7$$

$$900 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$$

$$\text{m.c.d.}(504, 1260) = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 7 = 252$$

6. Calcula.

Ten en cuenta

Para realizar operaciones entre fracciones y números naturales, estos últimos se pueden considerar como fracciones con denominador 1.

■ En sumas y restas: $3 + \frac{2}{5} = \frac{(5 : 1) \cdot 3}{5} + \frac{2}{5} = \frac{15}{5} + \frac{2}{5} = \frac{17}{5}$

Convertimos 3 en $\frac{15}{5}$

■ En multiplicaciones y divisiones: $3 \cdot \frac{2}{5} = \frac{3 \cdot 2}{1 \cdot 5} = \frac{6}{5}$

a) $\frac{2}{3} + 3 = \frac{11}{3}$

e) $\frac{1}{3} \cdot 5 = \frac{5}{3}$

b) $4 - \frac{1}{2} = \frac{7}{2}$

f) $4 \cdot \frac{2}{5} = \frac{8}{5}$

c) $\frac{9}{4} - 1 = \frac{5}{4}$

g) $5 : \frac{2}{3} = \frac{15}{2}$

d) $6 + \frac{3}{4} = \frac{27}{4}$

h) $\frac{4}{5} : 3 = \frac{4}{15}$

7. Calcula el valor de las siguientes expresiones.

a) $\frac{2}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{3} + \frac{1 \cdot 2}{2 \cdot 3} = \frac{2}{3} + \frac{1}{3} = \frac{3}{3} = 1$

b) $\frac{5}{8} - \frac{1}{4} - 2 \cdot \frac{1}{6} = \frac{5}{8} - \frac{1}{4} - \frac{2}{6} = \frac{5}{8} - \frac{1}{4} - \frac{1}{3} = \frac{15 - 6 - 8}{24} = \frac{1}{24}$

c) $\frac{1}{3} + \frac{1}{2} : \frac{3}{4} - \frac{2}{5} = \frac{1}{3} + \frac{4}{6} - \frac{2}{5} = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} - \frac{2}{5} = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$

Ten en cuenta

Al operar con fracciones suele ser conveniente simplificar siempre que sea posible, incluso antes de llegar al resultado final.

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{9} + \frac{1}{24} : \frac{1}{4} = \frac{6}{36} + \frac{4}{24} = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Simplificamos Simplificamos

8. De un depósito con 2000 L de agua se extraen sus dos quintas partes. ¿Qué cantidad de agua queda en el depósito?

En el depósito quedan: $\frac{3}{5}$ de 2000 L = $2000 : 5 \cdot 3 = 1200$ L

9. Un quiosco de prensa recibe 120 periódicos a primera hora de la mañana. Por la mañana vende las tres cuartas partes de los periódicos recibidos y por la tarde la quinta parte de los que le han quedado sin vender por la mañana. ¿Cuántos periódicos ha vendido en total?

Por la mañana vende: $\frac{3}{4}$ de 120 = $120 : 4 \cdot 3 = 90$ periódicos y le quedan 30 sin vender

Por la tarde vende: $\frac{1}{5}$ de 30 = $30 : 5 \cdot 1 = 6$ periódicos

En total ha vendido: $90 + 6 = 96$ periódicos

10. La tercera parte de un terreno tiene un uso deportivo y las dos quintas partes se dedican a viviendas. El resto de terreno son zonas verdes. ¿A cuál de los tres usos se dedica más terreno?

Fracción dedicada a uso deportivo más viviendas: $\frac{1}{3} + \frac{2}{5} = \frac{5}{15} + \frac{6}{15} = \frac{11}{15}$

Si reducimos a común denominador resulta:

Uso deportivo: $\frac{1}{3} = \frac{5}{15}$ Viviendas: $\frac{2}{5} = \frac{6}{15}$ Zonas verdes: $\frac{4}{15}$

La fracción de terreno mayor se dedica a viviendas.

Evaluación C

1. Escribe cada fracción como un número entero de unidades más una fracción menor que la unidad.

a) $\frac{6}{5} = 1 + \frac{1}{5}$

c) $\frac{9}{4} = 2 + \frac{1}{4}$

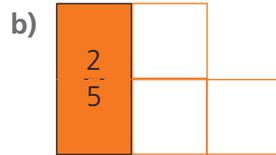
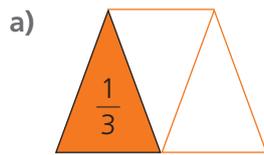
b) $\frac{8}{3} = 2 + \frac{2}{3}$

d) $\frac{13}{2} = 6 + \frac{1}{2}$

Ten en cuenta

$\frac{7}{3} = 2 + \frac{1}{3}$

2. Dibuja una figura cuya fracción indicada sea correcta.



3. Calcula el número x en cada apartado.

a) $\frac{2}{3}$ de $x = 18$
 $x = 18 : 2 \cdot 3 = 27$

b) $\frac{4}{5}$ de $x = 20$
 $x = 20 : 4 \cdot 5 = 25$

Ten en cuenta

Para calcular un número del que se conoce una fracción suya, dividimos el valor conocido entre el numerador de la fracción y multiplicamos el resultado por el denominador

$\frac{3}{4}$ de $x = 18 \rightarrow \frac{1}{4}$ de $x = 18 : 3 = 6$ $\frac{4}{4}$ de $x = 6 \cdot 4 = 24$

4. Averigua el término que falta en cada equivalencia.

Ten en cuenta

Para calcular un término de una equivalencia recuerda que los productos cruzados son iguales.

$\frac{6}{10} = \frac{9}{x} \rightarrow 6 \cdot x = 10 \cdot 9$
 $\rightarrow 6 \cdot x = 90$
 $\rightarrow x = 90 : 6 = 15$

a) $\frac{5}{3} = \frac{n}{6}$
 $5 \cdot 6 = n \cdot 3$
 $n = 30 : 3 = 10$

b) $\frac{n}{4} = \frac{15}{6}$
 $n \cdot 6 = 60$
 $n = 60 : 6 = 10$

c) $\frac{8}{12} = \frac{20}{n}$
 $8 \cdot n = 240$
 $n = 240 : 8 = 30$

d) $\frac{9}{n} = \frac{6}{8}$
 $72 = 6 \cdot n$
 $n = 72 : 6 = 12$

5. Ordena de menor a mayor: $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{5}$ y $\frac{7}{9}$

m.c.m. (3, 5, 9) = 45 $\frac{2}{3} = \frac{30}{45}$ $\frac{3}{5} = \frac{27}{45}$ $\frac{7}{9} = \frac{35}{45}$
 $\frac{3}{5} < \frac{2}{3} < \frac{7}{9}$

6. Calcula.

$$\text{a) } \frac{3}{4} - \frac{1}{5} : \frac{2}{5} + 1 = \frac{3}{4} - \frac{5}{10} + 1 = \frac{3}{4} - \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{4} - \frac{2}{4} + \frac{4}{4} = \frac{5}{4}$$

$$\text{b) } \frac{2}{3} + 1 - \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2}{3} + 1 - \frac{1}{8} = \frac{16}{24} + \frac{24}{24} - \frac{3}{24} = \frac{37}{24}$$

$$\text{c) } \frac{2}{3} : \frac{6}{5} - \frac{1}{3} : 3 = \frac{10}{18} - \frac{1}{9} = \frac{5}{9} - \frac{1}{9} = \frac{4}{9}$$

7. Halla el valor de las siguientes expresiones.

$$\text{a) } \frac{3}{5} \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{6}\right) + \frac{1}{6} : 5 = \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{6} + \frac{1}{30} = \frac{9}{30} + \frac{1}{30} = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$$

$$\text{b) } \frac{2}{3} + \left(1 + \frac{3}{4}\right) : \frac{7}{8} - \frac{1}{6} = \frac{2}{3} + \frac{7}{4} : \frac{7}{8} - \frac{1}{6} = \frac{2}{3} + 2 - \frac{1}{6} = \frac{4}{6} + \frac{12}{6} - \frac{1}{6} = \frac{15}{6} = \frac{5}{2}$$

$$\text{c) } \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2}\right) - \left(\frac{1}{2} + 1\right) : 2 = \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{4} - \frac{3}{2} : 2 = \frac{10}{12} - \frac{3}{4} = \frac{10}{12} - \frac{9}{12} = \frac{1}{12}$$

$$\text{d) } \frac{2}{3} + \frac{1}{6} \cdot \left(3 - \frac{1}{3}\right) - \frac{1}{6} = \frac{2}{3} + \frac{1}{6} \cdot \frac{8}{3} - \frac{1}{6} = \frac{2}{3} + \frac{8}{18} - \frac{1}{6} = \frac{12}{18} + \frac{8}{18} - \frac{3}{18} = \frac{17}{18}$$

8. ¿Cuánto cuestan 8 cajas de cerezas de tres cuartos de kilo a 3 € el kilo?

$$8 \cdot \frac{3}{4} = \frac{24}{4} = 6 \text{ kg} \quad 6 \cdot 3 = 18 \text{ €}$$

Cuestan 18 €.

9. En un estudio se ha hecho una revisión dental a un grupo de niños y se han detectado caries en 40 de ellos, lo que representa las dos quintas partes del total de niños a los que se le ha hecho la revisión. ¿A cuántos niños se les ha hecho la revisión?

$$\frac{2}{5} \text{ de } x = 40 \quad 40 : 2 \cdot 5 = 100$$

Se ha hecho el estudio a 100 niños.

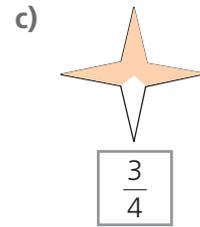
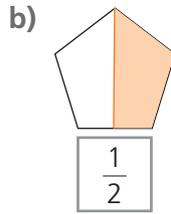
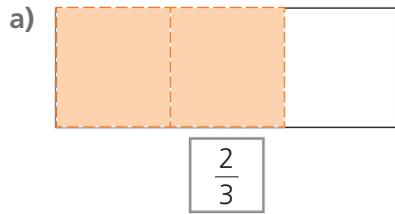
10. Lucía gasta dos tercios de sus ahorros en dos libros y la quinta parte en una camiseta de su grupo musical preferido. En total se ha gastado 52 € de sus ahorros. ¿Cuánto dinero tenía ahorrado?

$$\text{Fracción gastada de los ahorros: } \frac{2}{3} + \frac{1}{5} = \frac{13}{15}$$

Como $\frac{13}{15}$ de los ahorros son 52 €, tenía ahorrados: $52 : 13 \cdot 15 = 60 \text{ €}$

Evaluación D

1. Colorea de cada figura la fracción indicada.



2. Calcula.

a) $\frac{3}{8}$ de 240

$$240 : 8 \cdot 3 = 90$$

b) Las dos terceras partes de 180.

$$180 : 3 \cdot 2 = 120$$

3. Halla el número conociendo la parte dada.

a) Sus tres quintas partes es 21.

$$21 : 3 \cdot 5 = 35$$

b) Su sexta parte es 12.

$$12 : 1 \cdot 6 = 72$$

4. Indica entre qué dos números enteros consecutivos está la fracción dada.

a) $\boxed{1} < \frac{7}{4} < \boxed{2}$

b) $\boxed{3} < \frac{18}{5} < \boxed{4}$

c) $\boxed{0} < \frac{5}{6} < \boxed{1}$

5. Averigua si las fracciones dadas son o no equivalentes.

a) $\frac{12}{15}$ y $\frac{8}{10}$

$$12 \cdot 10 = 8 \cdot 15$$

$$\frac{12}{15} = \frac{8}{10}$$

b) $\frac{4}{7}$ y $\frac{6}{10}$

$$4 \cdot 10 \neq 7 \cdot 6$$

$$\frac{4}{7} \neq \frac{6}{10}$$

c) $\frac{14}{4}$ y $\frac{21}{6}$

$$14 \cdot 6 = 4 \cdot 21$$

$$\frac{14}{4} = \frac{21}{6}$$

6. Halla el término que falta en cada equivalencia.

a) $\frac{3}{7} = \frac{n}{21}$

$$n = 3 \cdot 21 : 7 = 9$$

b) $\frac{8}{n} = \frac{20}{15}$

$$n = 8 \cdot 15 : 20 = 6$$

c) $\frac{n}{10} = \frac{16}{5}$

$$n = 10 \cdot 16 : 5 = 32$$

d) $\frac{3}{4} = \frac{18}{n}$

$$n = 18 \cdot 4 : 3 = 24$$

7. Simplifica todo lo posible las siguientes fracciones.

$$\text{a) } \frac{90}{216} = \frac{90 : 18}{216 : 18} = \frac{5}{12}$$

$$90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$$

$$216 = 2^3 \cdot 3^3$$

$$\text{m.c.d. } (90, 216) = 18$$

$$\text{b) } \frac{72}{120} = \frac{72 : 24}{120 : 24} = \frac{3}{5}$$

$$72 = 2^3 \cdot 3^2$$

$$120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$$

$$\text{m.c.d. } (72, 120) = 24$$

8. Ordena las fracciones dadas de menor a mayor: $\frac{7}{5}$, $\frac{8}{3}$, $\frac{9}{10}$, $\frac{5}{3}$ y $\frac{11}{6}$

$$\frac{7}{5} = \frac{42}{30} \quad \frac{8}{3} = \frac{80}{30} \quad \frac{9}{10} = \frac{27}{30} \quad \frac{5}{3} = \frac{50}{30} \quad \frac{11}{6} = \frac{55}{30} \rightarrow \frac{9}{10} < \frac{7}{5} < \frac{5}{3} < \frac{11}{6} < \frac{8}{3}$$

9. Calcula el valor de las siguientes expresiones:

$$\text{a) } \frac{3}{4} + 2 - \frac{7}{5} + \frac{1}{10} = \frac{15}{20} + \frac{40}{20} - \frac{28}{20} + \frac{2}{20} = \frac{29}{20}$$

$$\text{b) } \frac{7}{5} - \frac{1}{12} : \left(\frac{2}{3} - \frac{3}{5} \right) = \frac{7}{5} - \frac{1}{12} : \frac{1}{15} = \frac{7}{5} - \frac{15}{12} = \frac{7}{5} - \frac{5}{4} = \frac{3}{20}$$

$$\text{c) } \frac{2}{3} + \left(1 - \frac{1}{2} : 2 \right) \cdot \frac{2}{3} - \frac{1}{6} = \frac{2}{3} + \left(1 - \frac{1}{4} \right) \cdot \frac{2}{3} - \frac{1}{6} = \frac{2}{3} + \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} - \frac{1}{6} = \frac{2}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{6} = \frac{6}{6} = 1$$

10. Resuelve los siguientes problemas con fracciones.

a) ¿Cuántos vasos de un quinto de litro se puede llenar con el contenido 12 botellas de agua de tres cuartos de litro?

$$\text{Cantidad de agua que contienen todas las botellas: } 12 \cdot \frac{3}{4} = 9 \text{ L}$$

$$\text{Vasos que se llenan con el contenido de las 12 botellas: } 9 : \frac{1}{5} = 45 \text{ vasos}$$

b) De los 12 510 habitantes de una localidad, la tercera parte son menores de 18 años, las dos quintas partes tiene una edad comprendida entre los 18 y los 65 años. ¿Cuántos habitantes mayores de 65 años tiene la localidad?

$$\text{Menores de 18 años: } \frac{1}{3} \text{ de } 12\,510 = 12\,510 : 3 \cdot 1 = 4\,170 \text{ habitantes}$$

$$\text{Entre 18 y 65 años: } \frac{2}{5} \text{ de } 12\,510 = 12\,510 : 5 \cdot 2 = 5\,004 \text{ habitantes}$$

$$\text{Mayores de 65 años: } 12\,510 - (4\,170 + 5\,004) = 3\,336 \text{ habitantes}$$

c) Lucía tiene que hacer un trabajo de 30 folios en tres días. El primer día hace las dos quintas partes del trabajo y el segundo día siguiente la tercera parte del trabajo que le queda por hacer. ¿Cuántos folios tiene que hacer el tercer día?

$$\text{El primer día hace: } \frac{2}{5} \text{ de } 30 = 30 : 5 \cdot 2 = 12 \text{ folios y deja le queda por hacer } 18 \text{ folios.}$$

$$\text{El segundo día hace: } \frac{1}{3} \text{ de } 18 = 18 : 3 \cdot 1 = 6 \text{ folios. Deja por hacer } 12 \text{ folios que son los que tiene que hacer el tercer día.}$$

NÚMEROS DECIMALES

Evaluación A

1. Indica la cifra descrita de cada número.

a) La cifra de las centésimas del número 0,456 es:

b) La cifra de las milésimas del número 12,347 es:

c) La cifra de las unidades del número 8 341,6 es:

d) La cifra de las décimas del número 0,56 es:

2. Escribe cómo se leen los siguientes números.

Recuerda

■ Para **leer un número decimal** primero se lee la parte entera y después la parte decimal citando el orden de unidad inferior que tiene el número.

13,456 → 13 unidades y 456 milésimas

■ También se puede leer en unidades.

13,456 → 13 con 456 unidades

■ Si la parte entera es nula solo se suele nombrar la parte decimal.

0,27 → 27 centésimas

a) 12,023

Doce unidades y veintitrés milésimas

b) 0,14

Catorce centésimas

c) 1,0045

Una unidad y cuarenta y cinco diezmilésimas

d) 0,015

Quince milésimas

3. Escribe los siguientes números.

a) Catorce centésimas

d) Dos décimas

b) Dos unidades con veintitrés milésimas

e) Una unidad con ciento dos milésimas

c) Cuarenta y cinco diezmilésimas

f) Cinco milésimas

4. Representa en la recta los siguientes números decimales: 0,8; 1,1; 1,5; 1,9 y 2,1



Recuerda

Los órdenes de unidad inferiores a la unidad se denominan décimas, centésimas, milésimas, diezmilésimas...

← Parte entera Parte decimal →

18,3456

- Diezmilésimas
- Milésimas
- Centésimas
- Décimas

5. Compara los siguientes números decimales.

- a) $5,6 > 5,18$
 b) $0,45 < 1$
 c) $8,03 > 8,01$
 d) $23,1 > 23,089$

Recuerda

Para **comparar dos números decimales**, primero comparamos su parte entera, si es igual comparamos la cifra de las décimas, si también es igual, la de las centésimas y así sucesivamente.

$$9,18 < 9,2$$

$$8,234 > 8,215$$

6. Resuelve las siguientes sumas y restas.

a) $12,056 + 8,4 + 0,02 + 14,1 = 34,576$

$$\begin{array}{r} 12,056 \\ 8,4 \\ 0,02 \\ + 14,1 \\ \hline 34,576 \end{array}$$

b) $456,23 - 38,931 = 417,299$

$$\begin{array}{r} 456,230 \\ - 38,931 \\ \hline 417,299 \end{array}$$

Ten en cuenta

Para **sumar o restar números decimales** se colocan en columna alineando las comas para que queden en la misma todas las cifras del mismo orden de unidad. Después se suma o se resta como si fueran números naturales y en el resultado se pone la coma en el mismo lugar que las demás.

$$8,1 + 0,12 + 13,4$$

$$1,56 - 0,912$$

$$\begin{array}{r} 8,1 \\ 0,12 \\ + 13,4 \\ \hline 21,62 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1,560 \\ - 0,912 \\ \hline 0,648 \end{array}$$

7. Realiza las siguientes multiplicaciones.

Ten en cuenta

Para **multiplicar números decimales** se multiplican como si fueran números naturales y se coloca la coma en el resultado para que este tenga tantas cifras decimales como suman el número de cifras decimales de los dos factores.

$$\begin{array}{r} 3,45 \quad \langle 2 \text{ decimales} \rangle \\ \times 1,3 \quad \langle 1 \text{ decimal} \rangle \\ \hline 10,35 \\ + 3,45 \\ \hline 4,485 \quad \langle 3 \text{ decimales} \rangle \end{array}$$

a) $543,21 \cdot 6,5$

$$\begin{array}{r} 543,21 \\ \times 6,5 \\ \hline 2716,05 \\ 3259,26 \\ \hline 3530,865 \end{array}$$

c) $0,0045 \cdot 0,15$

$$\begin{array}{r} 0,0045 \\ \times 0,15 \\ \hline 225 \\ 45 \\ \hline 0,000675 \end{array}$$

b) $93,14 \cdot 5$

$$\begin{array}{r} 93,14 \\ \times 5 \\ \hline 465,70 \end{array}$$

d) $890 \cdot 0,04$

$$\begin{array}{r} 890 \\ \times 0,04 \\ \hline 35,60 \end{array}$$

8. Sabiendo que $2,87 \cdot 0,23 = 0,6601$, calcula los siguientes productos.

a) $287 \cdot 0,23 = 66,01$

b) $0,287 \cdot 23 = 6,601$

c) $28,7 \cdot 2,3 = 66,01$

d) $287 \cdot 23 = 6601$

9. Opera y halla el resultado de las siguientes expresiones.

a) $8,15 \cdot 3 - 12,6 = 24,45 - 12,6 = 11,85$

b) $2,45 - 0,4 \cdot 0,3 = 2,45 - 0,12 = 2,33$

10. Alejandro compra 6 botes de refresco de limón a 0,35 € cada bote y 8 botes de refresco de naranja a 0,40 € el bote. Paga la compra con un billete de 10 €, ¿cuánto dinero le devuelven?

Total compra: $6 \cdot 0,35 + 8 \cdot 0,40 = 2,10 + 3,20 = 5,30$ €

Le tienen que devolver: $10 - 5,30 = 4,70$ €

Evaluación B

1. Completa.

- a) 3 unidades = décimas e) 80 centésimas = 8
- b) 12 unidades = centésimas f) 30 milésimas = 3
- c) 5 centésimas = milésimas g) 200 milésimas = 2
- d) 1 décima = milésimas h) 1 unidad = 1000

Recuerda

1 unidad = 10 décimas
 1 décima = 10 centésimas
 1 centésima = 10 milésimas

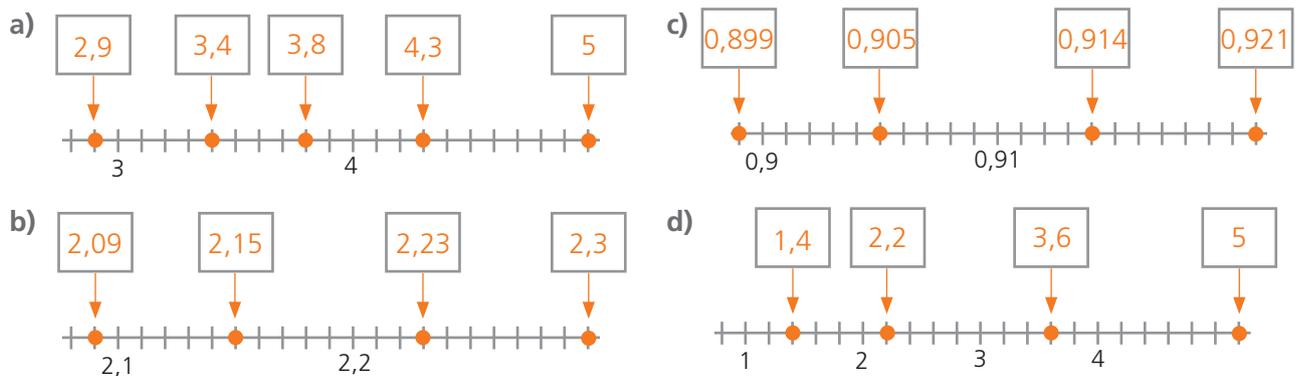
2. Escribe cómo se leen los siguientes números decimales.

- a) 0,027 → Veintisiete milésimas
- b) 1,0014 → Una unidad con catorce diezmilésimas
- c) 12,45 → Doce unidades con cuarenta y cinco centésimas
- d) 0,0234 → Doscientas treinta y cuatro diezmilésimas

3. Escribe con cifras.

- a) Ochenta y tres centésimas:
- b) Diez unidades con quince milésimas:
- c) Cinco milésimas:
- d) Doscientas unidades con catorce diezmilésimas:

4. Escribe los números marcados en las rectas.



5. Redondea al orden de unidad indicado.

- a) 9,83 a las décimas
 $9,83 \approx 9,8$
- b) 0,0351 a las centésimas
 $0,0351 \approx 0,04$
- c) 12,961 a las décimas
 $12,961 \approx 13$
- d) 0,5555 a las milésimas
 $0,5555 \approx 0,556$

Recuerda

Para **redondear un número** a un orden de unidad concreto se anulan las cifras de los órdenes inferiores, mientras que la cifra de ese orden:

- Se queda como está si la primera cifra que se anula es menor que 5:

$$3,8412 \xrightarrow{\text{redondeando a las décimas}} 3,8412 \approx 3,8$$

4 < 5 (la cifra de las décimas no varía)

- Aumenta una unidad si la primera cifra que se anula es 5 o mayor que 5.

$$3,8612 \xrightarrow{\text{redondeando a las décimas}} 3,8612 \approx 3,9$$

6 > 5 (la cifra de las décimas aumenta una unidad)

6. Completa.

Ten en cuenta

Para **multiplicar o dividir un número decimal por una potencia de 10**, hay que desplazar la coma decimal tantos lugares como ceros tiene la potencia: a la derecha si se multiplica y a la izquierda si se divide. Si es necesario se añaden ceros.

$$0,3 \cdot 100 = 30 \quad 0,3 : 100 = 0,003$$

- a) $118,2 \cdot 10 = 1182$ f) $0,12 : 10 = 0,012$
 b) $0,023 \cdot 100 = 2,3$ g) $15,52 : 100 = 0,1552$
 c) $12,34 \cdot 1000 = 12340$ h) $12,3 : 1000 = 0,0123$
 d) $0,12 \cdot 10000 = 1200$ i) $1,3 : 10 = 0,13$
 e) $0,004 \cdot 100 = 0,4$ j) $93,4 : 10000 = 0,00934$

7. Averigua el cociente de las siguientes divisiones hasta que el resto sea cero.

- a) $4,32 : 0,2 = 21,6$ c) $40,32 : 1,8 = 22,4$

$$\begin{array}{r} 43,2 \quad | 2 \\ 03 \quad 21,6 \\ 12 \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 403,2 \quad | 18 \\ 43 \quad 22,4 \\ 72 \\ 0 \end{array}$$

- b) $0,6 : 12,5 = 0,048$ d) $13,02 : 0,24 = 54,25$

$$\begin{array}{r} 6 \quad | 125 \\ 60 \quad 0,048 \\ 600 \\ 1000 \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1302 \quad | 24 \\ 102 \quad 54,25 \\ 060 \\ 120 \\ 0 \end{array}$$

Ten en cuenta

Para **dividir por un número decimal**, multiplicamos el dividendo y el divisor por una potencia de 10 para obtener un divisor sin cifras decimales

$$3,64 : 0,7 \longrightarrow 36,4 \quad | 7 \\ 14 \quad 5,2 \\ 0$$

Recuerda que al bajar la cifra de las décimas se escribe la coma en el cociente.

8. Expresa los siguientes números decimales en forma de fracción decimal y viceversa.

Recuerda

Las fracciones con denominador 10, 100, 1000, o cualquier potencia de 10, se llaman **fracciones decimales**.

Cualquier número decimal se expresa en forma de fracción decimal escribiendo en el numerador el número sin coma y en el denominador la potencia de 10 con tantos ceros como cifras tiene dicho número en su parte decimal.

$$2,45 \text{ son } 245 \text{ centésimas} \longrightarrow 2,45 = \frac{245}{100}$$

- a) $8,27 = \frac{827}{100}$ d) $\frac{93}{10} = 9,3$
 b) $0,4 = \frac{4}{10}$ e) $\frac{123}{100} = 1,23$
 c) $0,23 = \frac{23}{100}$ f) $\frac{83}{1000} = 0,083$

9. Se mezclan 150 L de aceite de oliva a 3,85 € el litro con 200 L de otra clase de aceite de oliva a 3,60 € el litro. ¿A qué precio sale el litro de la mezcla? Redondea el precio a céntimos de euro.

Precio de la mezcla: $150 \cdot 3,85 + 200 \cdot 3,60 = 1\,297,50 \text{ €}$

Precio del litro de la mezcla: $1\,297,50 : 350 \approx 3,71 \text{ €/L}$

10. Los pasos de Mario son de 0,80 m y los de María de 0,75 m. Entre los dos hay una distancia de 250 m. Mario da 120 pasos hacia María y ésta en el mismo tiempo 125 pasos hacia Mario. ¿Qué distancia les separa ahora?

Distancia recorrida por los dos: $0,80 \cdot 120 + 0,75 \cdot 125 = 189,75 \text{ m}$

Distancia que les separa actualmente: $250 - 189,75 = 60,25 \text{ m}$

Evaluación C

1. Indica el orden de unidad y el valor en unidades de la cifra 8 en cada número.

a) 12 833 → 8 centenas; 800 unidades

c) 1,2833 → 8 centésimas; 0,08 unidades

b) 12,833 → 8 décimas; 0,8 unidades

d) 0,12833 → 8 milésimas; 0,008 unidades

2. Completa la tabla.

Número decimal	Se lee
0,45	Cuarenta y cinco centésimas
1,089	Una unidad con ochenta y nueve milésimas
0,0345	Trescientas cuarenta y cinco diezmilésimas
8,025	Ocho unidades con veinticinco milésimas
0,004	Cuatro milésimas

3. Calcula el resultado de las siguientes operaciones.

a) $8,98 + 0,045 - 1,337 = 7,688$

b) $3,67 - 2,135 + 12,03 = 13,565$

4. Haz las siguientes multiplicaciones.

a) $4,3 \cdot 6,8 = 29,24$

b) $12,5 \cdot 0,04 = 0,5$

c) $12 \cdot 0,0034 = 0,0408$

5. Realiza las siguientes divisiones y redondea el cociente a las centésimas.

Ten en cuenta

Para redondear el cociente de una división a las centésimas hay que averiguar la cifra de las milésimas para saber si esta es menor, mayor o igual que 5:

$8 : 23 \rightarrow 8 \begin{array}{r} 23 \\ 80 \\ 110 \\ 120 \\ 5 \end{array} \quad 8 : 23 \approx 0,35$

a) $0,29 : 7 \approx 0,04$

$$\begin{array}{r} 0,29 \\ 10 \quad 7 \\ 3 \quad 0,041... \end{array}$$

c) $17,92 : 2,6 \approx 6,89$

$$\begin{array}{r} 179,2 \\ 232 \quad 26 \\ 240 \\ 060 \\ 8 \end{array}$$

b) $19 : 15 \approx 1,27$

$$\begin{array}{r} 19 \\ 40 \quad 15 \\ 100 \\ 100 \\ 10 \end{array}$$

d) $4,3 : 0,8 \approx 5,38$

$$\begin{array}{r} 43 \\ 30 \quad 8 \\ 60 \\ 40 \\ 0 \end{array}$$

6. Calcula.

a) $3,8 \cdot 0,1 = 0,38$

f) $4,5 : 0,1 = 45$

b) $2,25 \cdot 0,01 = 0,0225$

g) $2,34 : 0,01 = 234$

c) $93 \cdot 0,001 = 0,093$

h) $45 : 0,001 = 4500$

d) $8 \cdot 0,01 = 0,08$

i) $6 : 0,01 = 600$

e) $123 \cdot 0,01 = 1,23$

j) $0,43 : 0,0001 = 4300$

Ten en cuenta

$3 \cdot 0,1 = 3 : 10 = 0,3$
 $3 \cdot 0,01 = 3 : 100 = 0,03$
 $3 \cdot 0,001 = 3 : 1000 = 0,003$

Y análogamente:

$3 : 0,1 = 3 \cdot 10 = 30$
 $3 : 0,01 = 3 \cdot 100 = 300$
 $3 : 0,001 = 3 \cdot 1000 = 3000$

7. Completa la tabla.

	Truncamiento a las décimas	Redondeo a las décimas	Truncamiento a las centésimas	Redondeo a las centésimas
0,894	0,8	0,9	0,89	0,89
1,345	1,3	1,3	1,34	1,35
0,666	0,6	0,7	0,66	0,67
1,999	1,9	2	1,99	2

Recuerda

Para **truncar un número** a un orden de unidad determinado se anulan las cifras de los órdenes inferiores a él y no se tiene en cuenta, como se hace al redondear, el valor de la primera cifra que se anula.

8. Expresa las siguientes fracciones en forma de número decimal y ordénalas después de mayor a menor.

a) $\frac{8}{5}$; $\frac{9}{7}$ y $\frac{18}{15}$

$$\begin{array}{r} 8 \quad \overline{)5} \quad \quad 9 \quad \overline{)7} \quad \quad 18 \quad \overline{)15} \\ 30 \quad 1,6 \quad \quad 20 \quad 1,28\dots \quad \quad 30 \quad 1,2 \\ 0 \quad \quad \quad 60 \quad \quad \quad 0 \\ \quad \quad \quad 4 \end{array}$$

$$\frac{8}{5} = 1,6; \frac{9}{7} = 1,28; \frac{18}{15} = 1,2 \rightarrow \frac{8}{5} > \frac{9}{7} > \frac{18}{15}$$

b) $\frac{29}{25}$; $\frac{21}{18}$ y $\frac{23}{20}$

$$\begin{array}{r} 29 \quad \overline{)25} \quad \quad 21 \quad \overline{)18} \quad \quad 23 \quad \overline{)20} \\ 40 \quad 1,16 \quad \quad 30 \quad 1,166 \quad \quad 30 \quad 1,15 \\ 150 \quad \quad \quad 120 \quad \quad \quad 100 \\ 0 \quad \quad \quad 120 \quad \quad \quad 0 \end{array}$$

$$\frac{29}{25} = 1,16; \frac{21}{18} = 1,1\overline{6}; \frac{23}{20} = 1,15 \rightarrow \frac{21}{18} > \frac{29}{25} > \frac{23}{20}$$

Recuerda

Al efectuar la división del numerador de una fracción por el denominador, el cociente es un número decimal que puede ser:

■ **Decimal exacto** (el resto de la división llega a valer 0).

$$\frac{7}{4} \rightarrow \begin{array}{r} 7 \quad \overline{)4} \\ 30 \quad 1,75 \\ 20 \\ 0 \end{array} \rightarrow \frac{7}{4} = 1,75$$

■ **Decimal periódico** (el resto se repite indefinidamente y nunca vale 0).

$$\frac{8}{9} \rightarrow \begin{array}{r} 8 \quad \overline{)9} \\ 80 \quad 0,8\overline{8} \\ 80 \\ 0 \end{array} \rightarrow \frac{8}{9} = 0,8\overline{8} \quad \text{período}$$

En estos números la cifra o cifras que se repiten en su parte decimal se denominan período y se indican con un arco sobre ellas:

$$1,8\overline{23} = 1,8232323\dots$$

9. Ordena de menor a mayor: $8,3$; $\frac{25}{3}$; $8,34$ y $\frac{33}{4}$

$$\frac{25}{3} = 8,\overline{3}; \frac{33}{4} = 8,25 \rightarrow \frac{33}{4} < 8,3 < \frac{25}{3} < 8,34$$

10. Una habitación rectangular mide 3,45 m de largo por 3,18 m de ancho. Se quiere poner un rodapié bordeando toda la pared. Hay que descontar el hueco de la puerta de entrada que mide 0,90 m. ¿Cuántos metros de rodapié hay que colocar?

$$3,45 \cdot 2 + 3,18 \cdot 2 - 0,90 = 12,36 \text{ m}$$

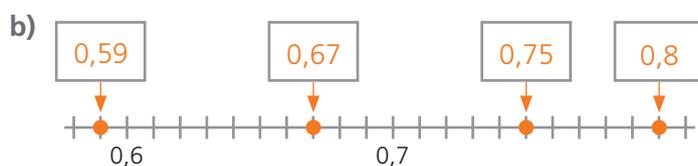
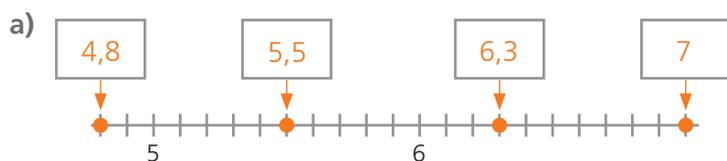
Se colocan 12,36 m de rodapié.

Evaluación D

1. Completa la tabla.

Número decimal	Se lee
0,0067	Sesenta y siete diezmilésimas
5,018	Cinco unidades con dieciocho milésimas
1,03	Una unidad con tres centésimas
0,0025	Veinticinco diezmilésimas
1,004	Una unidad con cuatro milésimas

2. Indica los números señalados en cada recta.



3. Realiza las siguientes operaciones.

a) $26,74 + 9,5 \cdot 0,24 - 21,043 = 7,977$

b) $8,5 \cdot 0,16 - 1,9 \cdot 0,3 = 0,79$

4. Redondea a las centésimas el cociente de las siguientes divisiones.

a) $4,62 : 6,2 \approx 0,75$

b) $2 : 0,36 \approx 5,56$

c) $3,46 : 1,15 \approx 3,01$

$$\begin{array}{r} 46,2 \quad | 62 \\ 280 \quad 0,745... \\ 320 \\ 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 200 \quad | 36 \\ 200 \quad 5,555... \\ 200 \\ 200 \\ 20 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 346 \quad | 115 \\ 0010 \quad 3,008... \\ 100 \\ 1000 \\ 80 \end{array}$$

5. Completa.

a) $6,2 \cdot 100 = 620$

e) $9,6 : 100 = 0,096$

b) $0,12 \cdot 10 = 1,2$

f) $12,34 : 10 = 1,234$

c) $7,23 \cdot 10000 = 72300$

g) $14,6 : 1000 = 0,0146$

d) $0,005 \cdot 100 = 0,5$

h) $123,4 : 10000 = 0,01234$

6. Ordena de mayor a menor: $1,1\widehat{8}$; $1,\widehat{18}$; $1,18$; $1,188$; $1,21$ y $1,\widehat{2}$

$1,\widehat{2} > 1,21 > 1,\widehat{18} > 1,188 > 1,1\widehat{8} > 1,18$

7. Completa la tabla.

	Redondeado a las décimas	Redondeo a las centésimas	Redondeado a las milésimas	Truncado a las centésimas
0,8561	0,9	0,86	0,856	0,85
1,9715	2	1,97	1,972	1,97
0,16̇	0,2	0,17	0,167	0,16
3,182̇	3,2	3,18	3,183	3,18

8. Completa expresando en forma de fracción decimal los números decimales y en forma de número decimal las fracciones decimales.

a) $4,5 = \frac{45}{10}$

d) $\frac{2}{100} = 0,02$

b) $0,0013 = \frac{13}{10000}$

e) $\frac{23}{1000} = 0,023$

c) $12,03 = \frac{1203}{100}$

f) $\frac{12}{10} = 1,2$

9. Expresa en forma de número decimal las siguientes fracciones.

a) $\frac{7}{3} = 2,3̇$

b) $\frac{2}{15} = 0,13̇$

c) $\frac{30}{25} = 1,2$

d) $\frac{21}{11} = 1,90̇$

$$\begin{array}{r} 7 \quad | \quad 3 \\ 10 \quad 2,33... \\ 10 \\ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \quad | \quad 15 \\ 20 \quad 0,133... \\ 50 \\ 50 \\ 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 30 \quad | \quad 25 \\ 50 \quad 1,2 \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 21 \quad | \quad 11 \\ 100 \quad 1,909... \\ 10 \\ 100 \\ 10 \end{array}$$

10. Lucía, Marcos, Javier y Sara hacen la compra en la frutería para una excursión que van a hacer. Compran 1,225 kg de plátanos a 1,87 € el kg; 1,675 kg de naranjas a 1,24 € el kilo y 0,424 kg de fresas a 3,25 € el kilo. Si pagan la compra entre los cuatro, ¿cuánto dinero tienen que poner cada uno? Para hacer los cálculos redondea a céntimos de euro todos los cálculos.

Precio de los plátanos: $1,225 \cdot 1,87 = 2,29075 \rightarrow 2,29 \text{ €}$

Precio de las naranjas: $1,675 \cdot 1,24 = 2,077 \rightarrow 2,08 \text{ €}$

Precio de las fresas: $0,424 \cdot 3,25 = 1,378 \rightarrow 1,38 \text{ €}$

Precio total de la compra: $2,29 + 2,08 + 1,38 = 5,75 \text{ €}$

Cada uno debe poner: $5,75 : 4 = 1,437 \rightarrow 1,44 \text{ €}$ y sobrá 1 céntimo.

INICIACIÓN AL ÁLGEBRA

Evaluación A

1. Continúa las siguientes series añadiendo tres términos más a cada una.

- a) 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27
- b) 320; 32; 3,2; 0,32; 0,032; 0,0032; 0,00032
- c) 5, 10, 20, 40, 80, 160, 320, 640
- d) 10000, 1000, 100, 10, 1; 0,1; 0,01

Ten en cuenta

Para continuar una serie de números intenta averiguar si se ha construido mediante una regla.

- 2, 5, 8, 11, 13, ... Se suma 3 unidades para obtener el siguiente término.
- 1, 4, 9, 16, ... Cada término es el cuadrado del lugar que ocupa.

2. Expresa en lenguaje algebraico.

Recuerda

- Cuando queremos referirnos a un número cualquiera empleamos letras que le representan.
- Cuando escribimos una multiplicación de un número por una letra prescindimos del signo.

$$2 \cdot x \text{ se escribe } 2x$$

- a) La edad de Marta dentro de cinco años si hoy tiene m años. $m + 5$
- b) La edad de Luis hace cuatro años si hoy tiene x años. $x - 4$
- c) La mitad de los bombones de una caja si tiene b bombones. $\frac{b}{2}$
- d) La altura de Sara que mide 10 cm menos que el doble de su hermano Marcos que mide m cm. $2m - 10$

3. Calcula el valor numérico de las siguientes expresiones algebraicas para el valor dado a la letra n en cada caso.

- a) $3n + 1$ para $n = 4 \rightarrow 3 \cdot 4 + 1 = 13$
- b) $2 \cdot (n + 5)$ para $n = 1 \rightarrow 2 \cdot (1 + 5) = 2 \cdot 6 = 12$
- c) $\frac{n-1}{2} + n$ para $n = 2 \rightarrow \frac{2-1}{2} + 2 = \frac{1}{2} + 2 = \frac{5}{2}$
- d) $3n^2 - 5n$ para $n = 1 \rightarrow 3 \cdot 1^2 - 5 \cdot 1 = 3 - 5 = -2$

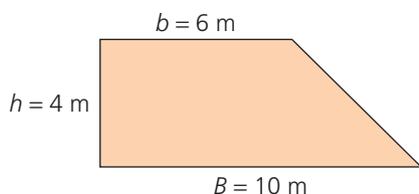
Recuerda

El **valor numérico** de una expresión algebraica, es el número que se obtiene al sustituir por un número las letras que aparecen en la expresión y realizar las operaciones indicadas.

$3n^2 + 5n$ para $n = 2$ tiene el siguiente valor numérico: $3 \cdot 2^2 + 5 \cdot 2 = 12 + 10 = 22$

4. El área, A , de un trapecio viene dada por la fórmula: $A = \frac{B+b}{2} \cdot h$

Calcula el área de un trapecio con las medidas indicadas en la figura.



$$A = \frac{10 + 6}{2} \cdot 4 = 32 \text{ m}^2$$

5. Completa la tabla.

Monomio	Coefficiente	Parte literal	Grado
$3x$	3	x	1
$2y^3$	2	y^3	3
$-3xy$	-3	xy	2
$\frac{2x^2}{3}$	$\frac{2}{3}$	x^2	2

Recuerda

Un **monomio** es el producto de un número por una o varias letras cuyos exponentes son números naturales.

$$\begin{array}{c} \text{Coeficiente} \\ \boxed{-3}xy^2 \\ \text{Parte literal} \end{array}$$

El **grado** de un monomio es la suma de los exponentes de la parte literal.

En el monomio ab^3 :

Coeficiente: 1 Parte literal: ab^3 Grado: $1 + 3 = 4$

6. Reduce las siguientes sumas y restas a un solo monomio.

Recuerda

Las **sumas o restas de monomios** con la misma parte literal se pueden reducir a un solo monomio, cuyo coeficiente es la suma o la resta de los coeficientes y cuya parte literal es la misma.

$$3x + 5x = (3 + 5)x = 8x \quad 3x^2 - 10x^2 = (3 - 10)x^2 = -7x^2$$

- | | |
|-----------------------------|----------------------------|
| a) $3x + 2x = 5x$ | f) $5a^2 - 3a^2 = 2a^2$ |
| b) $2ab + 5ab = 7ab$ | g) $3xy - 8xy = -5xy$ |
| c) $16y + y = 17y$ | h) $-4x^2 - 3x^2 = -7x^2$ |
| d) $-3xy^2 + 2xy^2 = -xy^2$ | i) $3y + (-3y) = 0$ |
| e) $ab + ab = 2ab$ | j) $a^3b - 3a^3b = -2a^3b$ |

7. Realiza las siguientes multiplicaciones.

- | | |
|----------------------------|----------------------------------|
| a) $3x \cdot 2x = 6x^2$ | e) $4 \cdot 2x = 8x$ |
| b) $2a^2 \cdot a = 2a^3$ | f) $3xy \cdot (-2xy) = -6x^2y^2$ |
| c) $3a \cdot 4b = 12ab$ | g) $-a^2 \cdot 3a = -3a^3$ |
| d) $x^3 \cdot 3x^2 = 3x^5$ | h) $-2a \cdot (-3b^2) = 6ab^2$ |

Recuerda

Para **multiplicar monomios** se multiplican, por un lado los coeficientes y, por otro, las partes literales.

$$5x^2 \cdot 3x = (5 \cdot 3) \cdot (x^2 \cdot x) = 15x^3$$

\downarrow \downarrow
 15 x^{2+1}

8. Resuelve las siguientes ecuaciones.

Ten en cuenta

Para resolver la ecuación:

$$3x + 2 = -6 - x$$

Pasamos el término 2 al otro lado, y como está sumando pasa restando.

$$3x = -6 - x - 2$$

Pasamos el término x al otro lado, y como está restando pasa sumando.

$$3x + x = -6 - 2$$

Reducimos términos operando.

$$4x = -8$$

El 4, que está multiplicando, pasa al otro lado dividiendo.

$$x = -\frac{8}{4} = -2$$

a) $8x + 10 = 3x - 5$

$$8x = 3x - 5 - 10$$

$$8x - 3x = -5 - 10$$

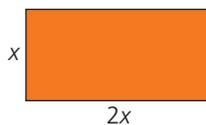
$$5x = -15 \rightarrow x = -3$$

b) $10 = 2x + 9 - x$

$$10 - 9 = 2x - x$$

$$1 = x$$

9. Un rectángulo tiene un perímetro de 18 cm. Su altura mide x y su base el doble. ¿Cuánto mide la altura de ese rectángulo?



$$x + x + 2x + 2x = 18 \rightarrow 6x = 18 \rightarrow x = 3 \text{ cm}$$

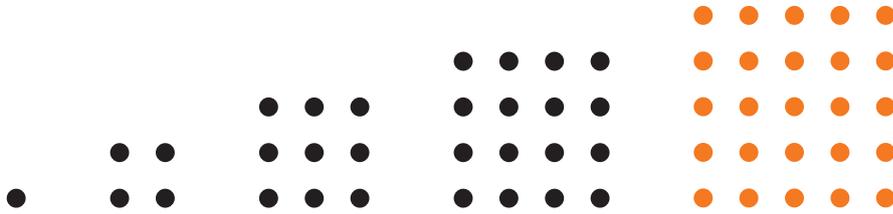
La altura mide 3 cm.

10. Luis tiene x años, dos más que su hermana y entre los dos suman 18 años. ¿Cuál es la edad de Luis?

$$x + x - 2 = 18 \rightarrow x + x = 18 + 2 \rightarrow 2x = 20 \rightarrow x = 10 \text{ años. Luis tiene 10 años.}$$

Evaluación B

1. Dibuja una figura más de la serie, completa la tabla y contesta a las preguntas planteadas.



Lugar	Número de puntos
1	1
2	4
3	9
4	16
5	25

a) ¿Cuántos puntos tendrá la figura que ocupe el lugar número seis?

$$6 \cdot 6 = 36$$

b) ¿Cuántos tendrá la figura que ocupe el lugar número diez?

$$10 \cdot 10 = 100$$

c) Si n representa el lugar de una figura, ¿cuántos puntos tendrá cualquier figura según el lugar que ocupa?

$$n^2$$

2. Escribe en lenguaje algebraico las siguientes expresiones.

a) La suma del cuadrado de un número más dos



$$x^2 + 2$$

b) El doble de la diferencia de dos números distintos



$$2 \cdot (x - y)$$

c) La suma del doble de un número menos otro



$$2x - y$$

d) La mitad de la suma de dos números



$$\frac{x + y}{2}$$

e) La diferencia de la mitad de un número menos otro



$$\frac{x}{2} - y$$

Ten en cuenta

Al traducir al lenguaje algebraico ten en cuenta que no es lo mismo el doble de la suma de dos números, $2(x + y)$, que la suma del doble de un número más otro $2x + y$.

3. Averigua el valor numérico de las siguientes expresiones.

a) $3a - 2b$ para $a = 5, b = 2 \rightarrow 3 \cdot 5 - 2 \cdot 2 = 15 - 4 = 11$

b) $2xy^2 + x^2$ para $x = 3, y = 2 \rightarrow 2 \cdot 3 \cdot 2^2 + 3^2 = 24 + 9 = 33$

4. Reduce haciendo las sumas y restas posibles.

a) $3x + 2x - 7x = -2x$

b) $2x^2 + 3x - x^2 = x^2 + 3x$

c) $7x + x^2 - 3x^2 + x - 2x = -2x^2 + 6x$

d) $2xy + 3xy^2 - xy = xy + 3xy^2$

Ten en cuenta

Solo se pueden sumar o restar monomios con la misma parte literal.

$$x^2 + 6x + 2x^2 - x = 3x^2 + 5x$$

$$\begin{array}{c} \uparrow \quad \uparrow \\ x^2 + 2x^2 \quad 6x - x \end{array}$$

5. Expresa las siguientes multiplicaciones como suma y resta de monomios.

a) $5 \cdot (3x + 6) = 15x + 30$

b) $4 \cdot (x^2 - 2x) = 4x^2 - 8x$

c) $3x \cdot (3 - 4x) = 9x - 12x^2$

d) $2x \cdot (x^2 - 3x + 4) = 2x^3 - 6x^2 + 8x$

Ten en cuenta

Para multiplicar un número o un monomio por una suma o resta de monomios se aplica la propiedad distributiva.

$$3 \cdot (2x - 6) = 3 \cdot 2x - 3 \cdot 6 = 6x - 18$$

6. Realiza las siguientes divisiones.

- a) $8x^3 : (2x) = 4x^2$
- b) $6xy : (2xy) = 3$
- c) $12x^2 : (-3x) = -4x$
- d) $x^3y : x = x^2y$
- e) $-10x^4 : (-2x^2) = 5x^2$
- f) $8xy : 2 = 4xy$

Recuerda

Para dividir monomios por una parte se dividen los coeficientes y, por otra, las partes literales.

$$9x^2 : 3x = \frac{9x^2}{3x} = \frac{9}{3} \cdot \frac{x^2}{x} = 3x$$

\uparrow \uparrow \uparrow
 $9 : 3 = 3$ $x^2 : x = x$

7. Indica si las siguientes igualdades son identidades o ecuaciones.

Recuerda

Identidad: Cualquier valor de las letras hace cierta la igualdad.

Ecuación: Cualquier valor de las letras no hace cierta la igualdad.

- a) $2 \cdot (x + y) = 2x + 2y$ es una identidad.
- b) $3x + 3 = 12$ es una ecuación.
- c) $x + y = y + x$ es una identidad.
- d) $4x^2 = 0$ es una ecuación.

8. Resuelve las siguientes ecuaciones.

a) $2 \cdot (x + 3) - x = 4x - 3$

$$2x + 6 - x = 4x - 3$$

$$2x - x - 4x = -3 - 6$$

$$-3x = -9$$

$$x = 3$$

b) $5 - 3 \cdot (2x - 1) = 0$

$$5 - 6x + 3 = 0$$

$$-6x = -5 - 3$$

$$-6x = -8$$

$$x = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

c) $9 - (3 - 2x) = 3 \cdot (x + 1)$

$$9 - 3 + 2x = 3x + 3$$

$$2x - 3x = 3 - 9 + 3$$

$$-x = -3$$

$$x = 3$$

9. Javier se ha comprado 3 pantalones del mismo precio y 2 camisas iguales. Recuerda que cada pantalón le ha costado 10 € más que cada camisa y que en total ha pagado por toda la compra 155 €. ¿Cuánto le ha costado cada prenda?

Ten en cuenta

Si un pantalón cuesta 10 € más que una camisa, y su precio lo representamos por la letra x , el precio de la camisa será $x - 10$.

Si compramos 3 pantalones el precio de la compra será $3x$.

Si compramos 2 camisas su precio será: $2 \cdot (x - 10)$

Precio de un pantalón: x

Precio de una camisa: $x - 10$

$$3 \text{ pantalones} + 2 \text{ camisas} = 155$$

$$3x + 2 \cdot (x - 10) = 155$$

$$3x + 2x - 20 = 155$$

$$5x = 175 \rightarrow x = 35$$

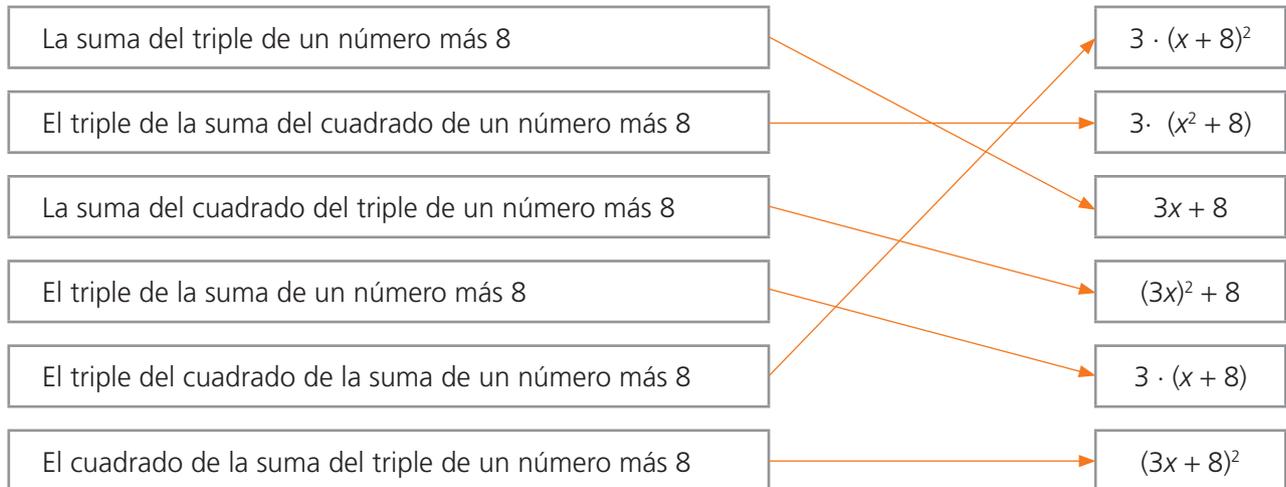
1 pantalón cuesta 35 € y una camisa 25 €.

10. La diferencia del triple de un número menos 8 es igual al doble de la suma de ese número más 8. Averigua de qué número se trata.

$$3x - 8 = 2 \cdot (x + 8) \rightarrow 3x - 8 = 2x + 16 \rightarrow x = 24$$

Evaluación C

1. Relaciona con flechas cada enunciado con la expresión algebraica correspondiente.



2. Calcula el valor de las siguientes expresiones algebraicas.

a) $3x^2 + 1$ para $x = -1$

$$3 \cdot (-1)^2 + 1 = 3 \cdot 1 + 1 = 3 + 1 = 4$$

b) $2 \cdot (3x - 1) - x$ para $x = 0$

$$2 \cdot (3 \cdot 0 - 1) = 2 \cdot (-1) = -2$$

c) $x^3 - 2 \cdot (x^2 - 2x)$ para $x = -2$

$$(-2)^3 - 2 \cdot [(-2)^2 - 2 \cdot (-2)] = -8 - 2 \cdot (4 + 4) = -8 - 2 \cdot 8 = -8 - 16 = -24$$

Ten en cuenta

Cuando sustituyas las letras por valores numéricos negativos estos debes ponerlos entre paréntesis para evitar errores con los signos.

La expresión $2x^3 - x$ para $x = -2$ es:

$$2 \cdot (-2)^3 - (-2) = 2 \cdot (-8) + 2 = -16 + 2 = -14$$

3. Resuelve las siguientes operaciones con monomios.

a) $3x + \frac{1}{2}x = \frac{7}{2}x$

d) $\frac{3}{4}x \cdot 2x = \frac{3}{2}x^2$

g) $\frac{1}{5}x^4 : \left(\frac{2}{5}x^2\right) = \frac{1}{2}x^2$

b) $\frac{2}{3}x^2 - \frac{1}{5}x^2 = \frac{7}{15}x^2$

e) $\frac{1}{2}x^2 \cdot \frac{1}{2}x = \frac{1}{4}x^3$

h) $x^2 : \left(-\frac{1}{2}x\right) = -2x$

c) $\frac{3}{4}x + x = \frac{7}{4}x$

f) $\frac{2}{3}x^3 \cdot (-3x) = -2x^4$

i) $\frac{2}{3}x : \left(\frac{1}{3}x\right) = 2$

4. Averigua si alguno de los valores dados de x es solución de la ecuación.

a) $3x + 7 = 2 \cdot (x - 1)$ $x = -9, x = 1$

Sustituimos x por -9 :

$$3 \cdot (-9) + 7 = 2 \cdot (-9 - 1) \rightarrow -20 = -20$$

$x = -9$ es solución de la ecuación.

Sustituimos x por 1 :

$$3 \cdot 1 + 7 \neq 2 \cdot (1 - 1) \rightarrow 10 \neq 0$$

$x = 1$ no es solución de la ecuación.

b) $\frac{2x+3}{3} + x = x - 3$ $x = 0, x = -6$

Sustituimos x por 0 : $\frac{2 \cdot 0 + 3}{3} + 0 \neq 0 - 3 \rightarrow 1 \neq -3 \rightarrow x = 0$ no es solución.

Sustituimos x por -6 : $\frac{2 \cdot (-6) + 3}{3} + (-6) = -3 - 6 \rightarrow \frac{-12 + 3}{3} - 6 = -6 - 3 \rightarrow -9 = -9 \rightarrow x = -6$ es solución.

Recuerda

Para que un valor de la incógnita sea solución de una ecuación al sustituir la incógnita por ese valor se tiene que cumplir la igualdad.

Por ejemplo dada la ecuación $2x + 3 = x + 5$:

■ $x = 1$ no es solución de la ecuación ya que al sustituir x por 1 tenemos que: $2 \cdot 1 + 3 \neq 1 + 5$ ya que $5 \neq 6$

■ $x = 2$ si es solución ya que al sustituir x por 2 tenemos que: $2 \cdot 2 + 3 = 2 + 5$ ya que $7 = 7$

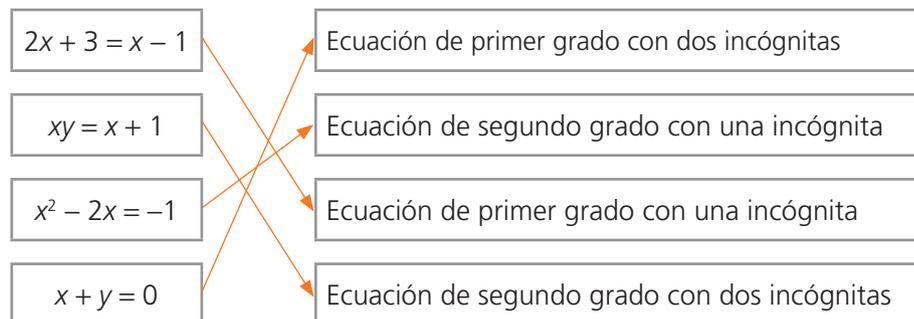
5. Averigua el término que falta para que el valor dado de x sea solución de la ecuación.

- a) $3x + \boxed{4} = 10$, para $x = 2$
 b) $6x - 2 = x + \boxed{-7}$, para $x = -1$
 c) $2 \cdot (x - 1) = \boxed{1} + x$, para $x = 3$

Ten en cuenta

Al sustituir la incógnita en una ecuación por el valor de su solución la igualdad se tiene que cumplir.

6. Relaciona cada ecuación con un enunciado.



Recuerda

Las ecuaciones se nombran por su número de incógnitas y su grado.

El **grado** de una ecuación es el de su término de mayor grado.

7. Resuelve las siguientes ecuaciones.

Ten en cuenta

Cualquier ecuación de primer grado con una incógnita solo tiene una solución, salvo que al resolverla y cambiar de lado los términos suceda que al sumar los términos de cada miembro:

■ Los dos miembros de la ecuación valgan 0. Entonces la igualdad inicial era una identidad no una ecuación.

$$\begin{aligned} 3 \cdot (x + 1) + x &= 4x + 3 \\ 3x + 3 + x &= 4x + 3 \\ 3x + x - 4x &= 3 - 3 \\ 0x &= 0 \rightarrow \text{Es una identidad.} \end{aligned}$$

■ El miembro donde está la incógnita valga 0 y el otro sea distinto de 0. En este caso la ecuación no tiene solución.

$$\begin{aligned} 2x - 3 &= 2x \\ 2x - 2x &= 3 \\ 0x &= 3 \rightarrow \text{No tiene solución.} \end{aligned}$$

- a) $3 \cdot (2x - 2) = 4x - (x + 3)$
 $6x - 6 = 4x - x - 3$
 $6x - 4x + x = -3 + 6$
 $3x = 3 \rightarrow x = 1$
- b) $4 - (3 - x) = 2(x + 1) - x$
 $4 - 3 + x = 2x + 2 - x$
 $x - 2x + x = 2 - 4 + 3$
 $0x = 1 \rightarrow \text{No tiene solución.}$
- c) $5x + 3(3 - 2x) = 13 - (4 - x)$
 $5x + 9 - 6x = 13 - 4 + x$
 $5x - 6x - x = 13 - 4 - 9$
 $-2x = 0 \rightarrow x = 0$

8. El doble de la suma de un número más tres es igual a la diferencia del cuádruple de dicho número menos dos. Averigua de qué número se trata.

$$2 \cdot (x + 3) = 4x - 2 \rightarrow 2x + 6 = 4x - 2 \rightarrow -2x = -8 \rightarrow x = 4$$

9. La suma de las medidas de dos listones es 1 m y uno de ellos mide 20 cm más que el otro. ¿Qué longitud tiene el más corto de los dos?

$$x + x + 20 = 100 \rightarrow 2x = 80 \rightarrow x = 40$$

El más corto mide 40 cm

10. El padre de Ana tiene 25 años más que ella y dentro de cinco años la suma de sus edades será igual a 65 años. ¿Qué edad tiene actualmente Ana?

Edad actual de Ana: $x \rightarrow$ Dentro de 5 años: $x + 5$

Edad actual del padre: $x + 25 \rightarrow$ Dentro de 5 años: $x + 25 + 5$

$$x + 5 + x + 25 + 5 = 65 \rightarrow 2x = 30 \rightarrow x = 15$$

Ana tiene 15 años.

Evaluación D

1. Añade tres términos más en cada serie.

a) 5, 9, 13, 17, 21, 25, 29, 33

b) 1, -1, 2, -2, 3, -3, 4, -4, 5, -5

c) 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256

d) 6, -12, 24, -48, 96, -192, 384

2. Observa la serie de figuras construidas con cerillas y contesta a las preguntas planteadas.



a) ¿Cuántas cerillas tendrá la siguiente figura de la serie? 8

b) ¿Cuántas cerillas tendrá la figura que ocupa la décima posición? 12

c) ¿Cuántas cerillas tendrá la figura que ocupa el lugar n en la serie? $n + 2$

3. Expresa en lenguaje algebraico.

a) El precio de la compra de n entradas de cine a 5 € la entrada \longrightarrow $5n$

b) El perímetro de un cuadrado cuyo lado mide a cm \longrightarrow $4a$

c) El producto del doble de un número por el cuadrado de otro \longrightarrow $2xy^2$

d) El cuadrado de la diferencia del doble de un número menos otro \longrightarrow $(2x - y)^2$

e) La suma de la mitad de un número más su doble \longrightarrow $\frac{x}{2} + 2x$

4. Calcula el valor numérico de las siguientes expresiones algebraicas para $x = 2$ e $y = -3$.

a) $3 \cdot (x^2 - 2) \rightarrow 3 \cdot (2^2 - 2) = 3 \cdot 2 = 6$

b) $2x - y \rightarrow 2 \cdot 2 - (-3) = 4 + 3 = 7$

c) $\frac{x - 2y}{4} - y^2 \rightarrow \frac{2 - 2 \cdot (-3)}{4} - (-3)^2 = \frac{2 + 6}{4} - 9 = 2 - 9 = -7$

d) $(x + y)^2 \rightarrow (2 + (-3))^2 = (-1)^2 = 1$

5. Completa la tabla.

Monomio	Coficiente	Parte literal	Grado
$-2x^3$	-2	x^3	3
$2ab^2$	2	ab^2	3
$\frac{2x^2}{3}$	$\frac{2}{3}$	x^2	2

6. Opera.

a) $3x^2 + 5x^2 = 8x^2$

e) $3x^2 \cdot 2x = 6x^3$

i) $12x : 6x = 2$

b) $-3xy + 5xy = 2xy$

f) $6ab \cdot b^2 = 6ab^3$

j) $9a^4 : (-3a^2) = -3a^2$

c) $4a - 6a = -2a$

g) $3y \cdot (-2xy) = -6xy^2$

k) $6xy^4 : (2xy) = 3y^3$

d) $\frac{2}{3}x + \frac{1}{2}x = \frac{7}{6}x$

h) $\frac{1}{5}x \cdot \frac{5}{4}x^2 = \frac{1}{4}x^3$

l) $\frac{3}{4}n^3 : \left(-\frac{1}{4}n\right) = -3n^2$

7. Opera y reduce las siguientes expresiones.

a) $2x + x^2 - 3x + 2x^2 = 3x^2 - x$

b) $3xy^2 + 2xy - xy^2 - 2x^2y - 3xy = 2xy^2 - xy - 2x^2y$

8. Indica si $x = 2$ es solución de estas ecuaciones.

a) $4 \cdot (3x - 5) = 6x - 8$

b) $x^2 - 2 = 2x + 1$

c) $\frac{2x}{4} - 1 = 3 - (1 + x)$

$4 \cdot (3 \cdot 2 - 5) = 6 \cdot 2 - 8$

$2^2 - 2 \neq 2 \cdot 2 + 1$

$\frac{2 \cdot 2}{4} - 1 = 3 - (1 + 2)$

$4 \cdot 1 = 12 - 8$

$4 - 2 \neq 4 + 1$

$1 - 1 = 3 - 3$

$4 = 4$

$2 \neq 5$

$0 = 0$

Es solución.

No es solución.

Es solución.

9. Resuelve las siguientes ecuaciones.

a) $x - (2x - 1) = 6x + 3 \cdot (2 - 2x)$

b) $8x - 3 \cdot (2x + 4) = 0$

$x - 2x + 1 = 6x + 6 - 6x$

$8x - 6x - 12 = 0$

$x - 2x = 6 - 1$

$2x = 12$

$-x = 5 \rightarrow x = -5$

$x = 6$

10. Resuelve los siguientes problemas.

- Jaime tiene tres años más que Andrea y esta dos años menos que Rosa. La suma de las tres edades es 20 años. ¿Cuántos años tiene cada uno?

Edad Rosa: x

Edad de Andrea: $x - 2$

Edad de Jaime: $x - 2 + 3$

$x + x - 2 + x - 2 + 3 = 20 \rightarrow 3x - 1 = 20 \rightarrow 3x = 21 \rightarrow x = 7$

Rosa tiene 7 años; Andrea, 5 años y Jaime 8 años.

- Natalia ha contestado a un examen de 20 preguntas. Por cada acierto le dan 3 puntos y por cada fallo le restan 1 punto. En total ha obtenido 36 puntos. ¿Cuántas preguntas ha contestado bien?

N.º de preguntas bien contestadas: x

N.º de preguntas mal contestadas: $20 - x$

$3 \cdot x - (20 - x) = 36 \rightarrow 3x - 20 + x = 36 \rightarrow 4x = 56 \rightarrow x = 14$

Ha contestado bien a 14 preguntas.

PROPORCIONALIDAD DIRECTA. REPRESENTACIÓN

Evaluación A

1. En un congreso de medicina hay 80 hombres y 120 mujeres. Escribe la razón que representa la relación entre:

Recuerda

La **razón** entre dos cantidades, a y b es el cociente indicado de ambas:

$$\frac{a}{b} \text{ o bien } a : b \xrightarrow{\text{Se lee}} \text{Se lee } a \text{ por cada } b.$$

Si averiguamos la expresión decimal del cociente, averiguamos cuántas veces contiene la cantidad a la b .

Por ejemplo, si para hacer un determinado tono de pintura verde se mezclan 1,5 kg de pintura azul por cada 0,5 kg de pintura amarilla, la razón entre la cantidad de pintura azul y la de pintura amarilla:

$$\frac{1,5}{0,5} \xrightarrow{\text{Hacemos el cociente.}} \frac{1,5}{0,5} = 3 \rightarrow 3 \text{ kg de pintura azul por cada kilo de amarilla}$$

- a) El número de hombres y el número de mujeres.
 $\frac{80}{120}$
- b) El número de mujeres y el número de hombres.
 $\frac{120}{80}$
- c) El número de mujeres y el total de participantes en el congreso.
 $\frac{120}{200}$
- d) El número de hombres y el total de participantes en el congreso.
 $\frac{80}{200}$
- e) El número de mujeres por cada hombre:
 $\frac{120}{80} = 1,5$ mujeres por cada hombre

2. Indica si las siguientes razones forman proporción.

a) $\frac{1,5}{5}$ y $\frac{4,5}{15}$

$$1,5 \cdot 15 = 5 \cdot 4,5 \rightarrow \frac{1,5}{5} = \frac{4,5}{15}$$

c) $\frac{3}{4}$ y $\frac{4,5}{6}$

$$3 \cdot 6 = 4 \cdot 4,5 \rightarrow \frac{3}{4} \neq \frac{4,5}{6}$$

b) $\frac{3,2}{0,8} = \frac{1,6}{0,4}$

$$3,2 \cdot 0,4 = 0,8 \cdot 1,6 \rightarrow \frac{3,2}{0,8} = \frac{1,6}{0,4}$$

d) $\frac{3}{4,2}$ y $\frac{5}{9,2}$

$$3 \cdot 9,2 \neq 4,2 \cdot 5 \rightarrow \frac{3}{4,2} \neq \frac{5}{9,2}$$

Recuerda

Dos razones iguales forman una **proporción**.

$$\begin{matrix} \text{extremo} & & & & \text{medio} \\ & \swarrow & & \searrow & \\ & a & = & c & \\ & \swarrow & & \searrow & \\ \text{medio} & & & & \text{extremo} \end{matrix} \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Se lee a es a b como c es a d .
En una proporción el producto de medios es igual al producto de extremos:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow a \cdot d = b \cdot c$$

3. Averigua el término que falta en cada proporción.

a) $\frac{2,5}{2} = \frac{1}{x}$

$$x = \frac{2 \cdot 1}{2,5} = 0,8$$

b) $\frac{x}{15} = \frac{5}{7,5}$

$$x = \frac{15 \cdot 5}{7,5} = 10$$

c) $\frac{4}{3} = \frac{x}{10,5}$

$$x = \frac{4 \cdot 10,5}{3} = 14$$

d) $\frac{6}{x} = \frac{9}{3}$

$$x = \frac{6 \cdot 3}{9} = 2$$

4. En una receta se mezclan 3 medidas de harina con 2 de azúcar. Si queremos hacer una mezcla de 400 g, ¿qué cantidad hay de harina y de azúcar hay que mezclar?

$$\frac{3}{5} = \frac{x}{400} \rightarrow x = \frac{3 \cdot 400}{5} = 240 \text{ g de harina}$$

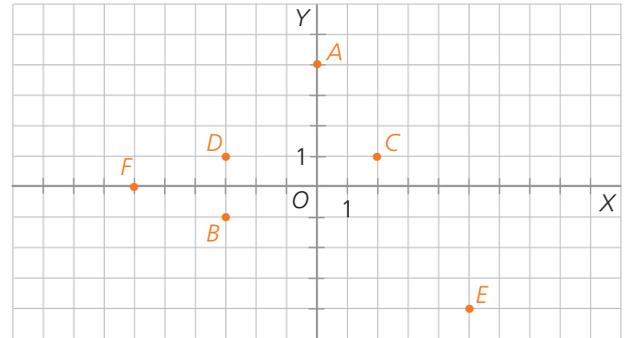
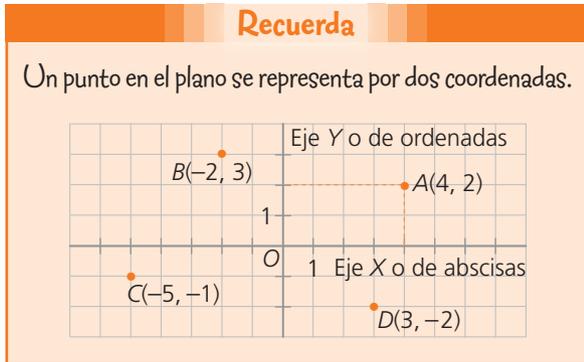
$$400 - 240 = 160 \text{ g de azúcar}$$

Ten en cuenta

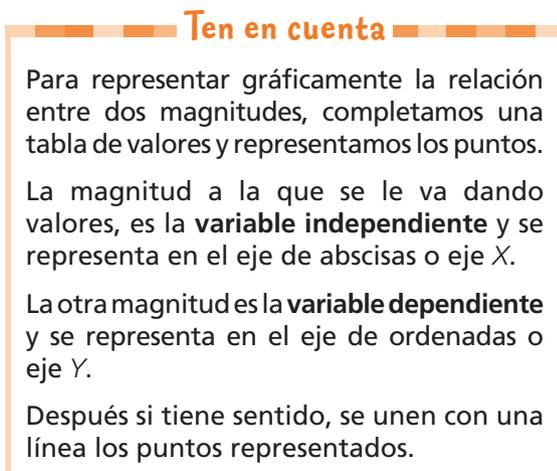
Si se mezclan 3 partes de harina con 2 de azúcar, el total son cinco partes. La razón cantidad harina en relación con la de masa es 3 a 5.

Proporcionalidad directa. Representación

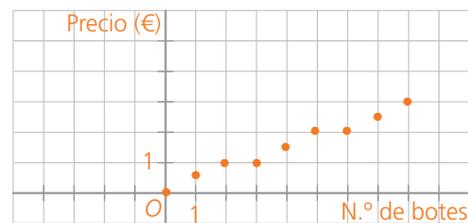
5. Representa los siguientes puntos: A(0, 4); B(-3, -1); C(2, 1); D(-3, 1); E(5, -4); F(-6, 0)



6. En un supermercado cada bote de refresco cuesta 0,50 € y por cada dos botes te regalan uno. Completa la tabla y representa gráficamente la relación entre el número de botes comprados y su precio.



N.º de botes	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Precio (€)	0	0,50	1	1	1,50	2	2	2,50	3



7. Expresa en forma de porcentaje.

Recuerda

Razón	N.º decimal	Porcentaje
$\frac{3}{5} = \frac{60}{100}$	0,6	60 %

- a) Tres de cada 4 personas encuestadas prefieren el mismo color.
 $\frac{3}{4} = 0,75 \rightarrow 75 \%$
- b) 2 L de refresco contiene 0,12 L de zumo de limón.
 $\frac{0,12}{2} = 0,06 \rightarrow 6 \%$

8. Calcula.

- a) 20 % de 18 = $0,2 \cdot 18 = 3,6$
- b) 6 % de 120 = $0,06 \cdot 120 = 7,2$
- c) 24,5 % de 1 000 = $0,245 \cdot 1\,000 = 245$

Ten en cuenta

$$20\% \text{ de } 14 = \frac{20}{100} \cdot 14 = 0,2 \cdot 14 = 2,8$$

9. En un curso de 120 alumnos el 45 % practica de forma habitual un deporte de equipo, el 20 % un deporte individual y el resto no practica ningún deporte. ¿Cuántos alumnos de ese curso no practican ningún deporte habitualmente?

Tanto por ciento de alumnos que no practican ningún deporte: $100\% - (45\% + 20\%) = 35\%$

35 % de 120 = $0,35 \cdot 120 = 42$ alumnos no practican ningún deporte.

Evaluación B

1. Para hacer un refresco se mezclan 2 L de agua con 0,5 L de té. Escribe:

- a) La razón entre la cantidad de agua y la cantidad de té. $\frac{2}{0,5}$
- b) La razón entre la cantidad de té y la de agua. $\frac{0,5}{2}$
- c) La razón entre la cantidad de té y el total de refresco. $\frac{0,5}{2,5}$
- d) Los litros de agua por cada litro de té. $\frac{2}{0,5} = 4$ L de agua por cada litro de té
- e) La cantidad de agua y de té que hay que mezclar para obtener 8 L del mismo refresco.

Ten en cuenta
Las razones $\frac{a}{b}$ y $\frac{b}{a}$ son razones inversas.

Cantidad de agua: $\frac{2}{2,5} = \frac{x}{8} = 2 \cdot 8 : 2,5 = 6,4$ L

Cantidad de té: $8 - 6,4 = 1,6$ L de té

2. Completa.

- a) 6 es a 1,5 lo que 8 es a .
- b) 12 es a lo que 8 es a 3,2.

$$\frac{6}{1,5} = \frac{8}{x}$$

$$x = 1,5 \cdot 8 : 6 = 2$$

$$\frac{12}{x} = \frac{8}{3,2}$$

$$x = 12 \cdot 3,2 : 8 = 4,8$$

3. Indica si entre las magnitudes dadas hay o no relación de proporcionalidad directa.

- a) La altura de una persona y el número de calzado que usa.
- b) El número de hojas de un libro y su grosor.
- c) El caudal de agua de un grifo y el tiempo que se tarda en llenar un cubo.
- d) La velocidad media a la que va un vehículo y el espacio que recorre.
- e) El número de libros vendidos de una novela y la recaudación obtenida.

4. Las siguientes tablas corresponden a valores de magnitudes directamente proporcionales. Complétalas y calcula la constante de proporcionalidad.

a)

A	1	3	10	12
B	1,5	4,5	15	18

Constante de proporcionalidad: $\frac{4,5}{3} = 1,5$

b)

A	3	5	10	15
B	2,4	4	8	12

Constante de proporcionalidad: $\frac{2,4}{3} = 0,8$

Ten en cuenta

Cuando entre dos magnitudes A y B hay una relación de proporcionalidad directa:

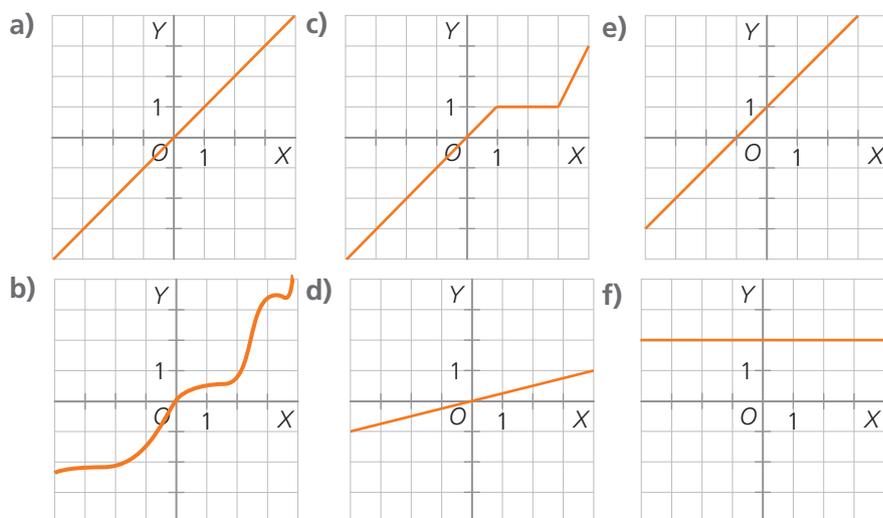
A	2	6	10	x
B	4	12	20	2x

$$\frac{4}{2} = \frac{12}{6} = \frac{20}{10} = 2$$

El cociente entre cualquier cantidad de la magnitud B y su correspondiente de la magnitud A es constante (**constante de proporcionalidad directa**). Por ello cualquier cantidad de B se obtiene multiplicando la cantidad de A por ese número.

Proporcionalidad directa. Representación

5. Indica cuáles de las siguientes gráficas corresponde a una función de proporcionalidad directa.



Ten en cuenta

La gráfica de una **función de proporcionalidad directa** es una recta que pasa por el punto $(0, 0)$.

Son funciones de proporcionalidad directa las gráficas de los apartados:

a y d)

6. Completa.

Fracción irreducible	Expresión decimal	Porcentaje
$\frac{2}{5}$	0,4	40 %
$\frac{8}{10} = \frac{4}{5}$	0,8	80 %

Fracción irreducible	Expresión decimal	Porcentaje
$\frac{13}{1000}$	0,013	1,3 %
$\frac{12}{10} = \frac{6}{5}$	1,2	120 %

7. Calcula la cantidad que falta en cada caso.

- a) 12 % de 90 = c) % de 60 = 3
 b) 30 % de = 54 d) 8 % de = 32

Ten en cuenta

40 % de 12 = $0,4 \cdot 12 = 4,8$
 40 % de $x = 12 \rightarrow 0,4 \cdot x = 12 \rightarrow x = 12 : 0,4 = 30$
 x % de 40 es 12 $\rightarrow x = (12 : 40) \cdot 100 = 30$ %

8. Lucía gasta en el alquiler de su casa 450 € mensuales, lo que representa el 30 % de su sueldo. ¿Cuál es el sueldo de Lucía?

$$30 \% \text{ de } x = 450 \rightarrow x = 450 : 0,3 = 1\,500 \text{ €}$$

9. Unos grandes almacenes están de rebajas y en todos sus artículos hacen un descuento del 30 % sobre el precio que tenían antes de ser rebajados.

- a) ¿Cuál será el precio final de una prenda que cuesta 120 € antes de ser rebajada?
 $70 \% \text{ de } 120 = 0,7 \cdot 120 = 84 \text{ €}$
 b) ¿Qué descuento se hace a una prenda que cuesta 80 € antes de ser rebajada?
 $30 \% \text{ de } 80 = 0,3 \cdot 80 = 24 \text{ €}$

Ten en cuenta

Una cantidad inicial, x , disminuye en un t %:

- Disminución producida = t % de x
- Cantidad final resultante = $(100 \% - t \%)$ de x

10. Una localidad ha pasado de tener 950 habitantes a 836, en los últimos 10 años. ¿En qué porcentaje ha disminuido su población en ese tiempo?

Ten en cuenta

Para calcular el tanto por ciento, t %, en el que ha disminuido una cantidad:

$$t \% = \frac{\text{Cantidad en la que ha disminuido}}{\text{Cantidad inicial}} \cdot 100$$

Disminución producida: $950 - 836 = 114$

Porcentaje de disminución: $\frac{114}{950} \cdot 100 = 12 \%$

Evaluación C

1. Para obtener un color rosa de un tono determinado hay que mezclar tres partes de pintura blanca por cada dos de roja. Indica qué cantidad de cada color hay que mezclar para obtener 650 g de pintura rosa.

$$\frac{3}{5} = \frac{x}{650} \rightarrow x = 650 \cdot 3 : 5 = 390$$

$$650 - 390 = 260$$

Hay que mezclar 390 g de color blanco y 260 g de color rojo.

2. Indica de forma razonada si las tablas corresponden a valores de magnitudes directamente proporcionales.

a)	A	B	b)	C	D	c)	E	F
	2,5	7,5		1	5		0,5	48
	3	9		2,5	6,5		2	12
	8,2	24,6		3	7		4	6
	10	30		6	10		6	4

Recuerda

Para que una tabla de valores haga referencia a una relación de proporcionalidad directa, al aumentar una de las magnitudes tiene que aumentar la otra en la misma proporción, es decir el cociente entre el valor correspondiente a una de ellas y el valor de la otra tiene que ser constante.

Entre A y B si hay proporcionalidad directa porque: $\frac{7,5}{2,5} = \frac{9}{3} = \frac{24,6}{8,2} = \frac{30}{10} = 3$

Entre C y D no hay proporcionalidad directa porque: $\frac{5}{1} \neq \frac{6,5}{2,5}$

Entre E y F no hay proporcionalidad directa porque al aumentar E disminuye F.

3. Marcos ha comprado 350 g de carne picada y le han cobrado 2,87 €. ¿Cuánto hubiera tenido que pagar por 50 g más?

Cantidad carne (g)	Precio (€)	
350	2,87	$x = \frac{400 \cdot 2,87}{350} = 3,28 \text{ €}$
400	x	

4. Entre tres amigos compran un décimo de lotería. Laura pone 3 €, Omar 6 € y Eva 11 €. El décimo resulta premiado con 1 000 €. ¿Cómo deben repartirse el premio?

$$\frac{x}{3} = \frac{y}{6} = \frac{z}{11} = \frac{1\,000}{3+6+11} = \frac{1\,000}{20} = 50 \text{ € de premio por cada euro jugado}$$

Laura: $3 \cdot 50 = 150 \text{ €}$

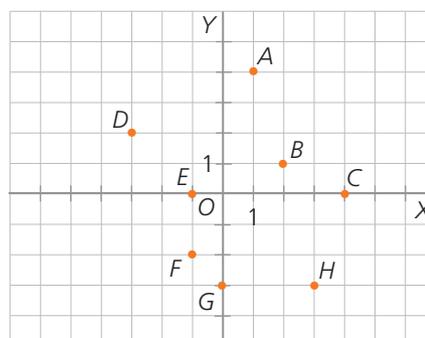
Omar: $6 \cdot 50 = 300 \text{ €}$

Eva: $11 \cdot 50 = 550 \text{ €}$

5. Escribe las coordenadas de los puntos indicados.

Recuerda

La primera coordenada de un punto es la que hace referencia al eje horizontal o de abscisas y la segunda al eje vertical o eje de ordenadas.



- A (1, 4) E (-1, 0)
 B (2, 1) F (-1, -2)
 C (4, 0) G (0, -3)
 D (-3, 2) H (3, -3)

Proporcionalidad directa. Representación

6. La siguiente tabla muestra valores de magnitudes directamente proporcionales. Representa esa relación y escribe su ecuación.

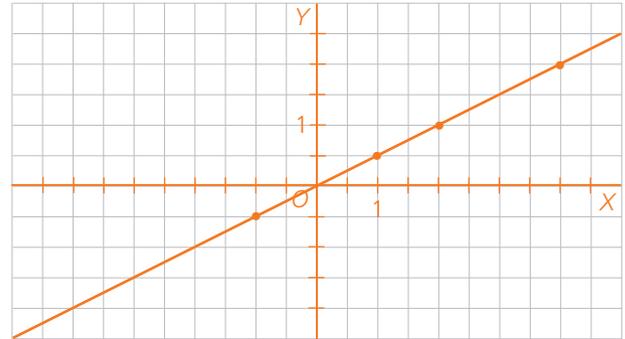
Magnitud A	-1	1	2	4
Magnitud B	-0,5	0,5	1	2

Ten en cuenta

La ecuación de una función de proporcionalidad directa tiene la siguiente forma:

$$y = m \cdot x$$

m es la **constante de proporcionalidad** (el cociente entre cualquier cantidad de la 2.ª magnitud y la correspondiente de la primera).

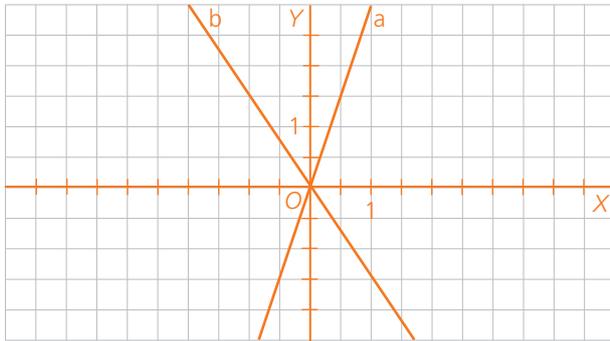


Ecuación: $y = 0,5 \cdot x$

7. Representa estas funciones.

a) $y = 3 \cdot x$

b) $y = -1,5 \cdot x$



Ten en cuenta

Para representar una función de proporcionalidad directa a partir de su ecuación:

1. Haz una tabla de valores.
2. Representa los puntos.

Si la variable independiente, x , puede tener cualquier valor, une los puntos con una recta.

Recuerda que $(0, 0)$ siempre es un punto de la función.

8. Una empresa sube el salario de todos sus empleados un 5 %.

Ten en cuenta

Una cantidad inicial, x , aumenta un t %:

- Aumento producido = t % de x
- Cantidad final resultante = $(100 \% + t \%)$ de x

- a) Un empleado tiene un sueldo de 1 250 € antes de la subida. ¿Cuál será su sueldo después de la subida?

$$105 \% \text{ de } 1\,250 = 1,05 \cdot 1\,250 = 1\,312,50 \text{ €}$$

- b) El sueldo que un empleado cobra después de la subida es de 1 155 €. ¿Cuál era el sueldo de ese empleado antes de la subida?

$$105 \% \text{ de } x = 1\,155 \rightarrow x = \frac{1\,155}{1,05} = 1\,100$$

9. Una cadena de alimentación ha pasado de tener 35 establecimientos a tener 42 en cinco años. ¿En qué porcentaje ha aumentado su número de establecimientos en esos años?

Ten en cuenta

Para calcular el tanto por ciento, t %, en el que ha aumentado una cantidad:

$$t \% = \frac{\text{Cantidad en la que ha aumentado}}{\text{Cantidad inicial}} \cdot 100$$

$$\text{Aumento producido} = 42 - 35 = 7$$

$$\text{Porcentaje de aumento} = \frac{7}{35} \cdot 100 = 20 \%$$

10. En un centro escolar se han matriculado 30 alumnos más que en el curso pasado lo que representa el 4 % de aumento. ¿Cuántos alumnos se han matriculado en este curso?

$$4 \% \text{ de } x = 30 \rightarrow x = \frac{30}{0,04} = 750$$

El curso pasado se matricularon 750 alumnos.

En el curso actual se han matriculado: $750 + 30 = 780$ alumnos

Evaluación D

1. Roberto ha contestado a todas las preguntas de un cuestionario y ha tenido 12 aciertos y 8 fallos. Escribe:

a) La razón que expresa la relación entre el número de aciertos y el de fallos: $\frac{12}{8}$

b) La razón que expresa la relación entre el número de fallos y el de aciertos: $\frac{8}{12}$

c) El porcentaje de fallos: $\frac{8}{20} \cdot 100 = 40\%$

d) Número de aciertos por fallo cometido: $\frac{12}{8} = 1,5$ aciertos por cada fallo

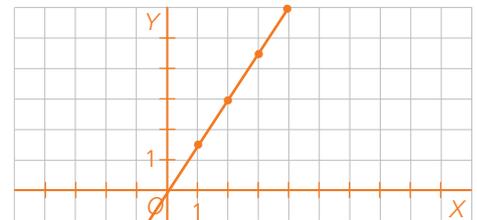
2. Lucas encestró 4 lanzamientos y falló 2 en el primer partido de un torneo de baloncesto. En el siguiente partido realizó 9 lanzamientos y su eficacia fue la misma. Averigua cuántos lanzamientos encestró y cuántos fallo en este último encuentro.

La razón entre los lanzamientos encestrados y los lanzamientos realizados en los dos partidos tienen que formar proporción:

$$\frac{4}{6} = \frac{x}{9} \rightarrow x = 9 \cdot 4 : 6 = 6 \quad \text{Ha encestrado 6 y ha fallado 3.}$$

3. Completa la siguiente tabla para que las dos magnitudes sean directamente proporcionales. Calcula la constante de proporcionalidad, escribe su ecuación y represéntala gráficamente.

A	1	2	3	4
B	1,5	3	4,5	6



Constante de proporcionalidad: $\frac{4,5}{3} = 1,5$

Ecuación: $y = 1,5 \cdot x$

4. Un ciclista hace 50 km en 2,5 h.

a) ¿Qué distancia recorrerá en 3 h si pedalea al mismo ritmo?

Tiempo (h)	Distancia (km)	
2,5	50	$\frac{2,5}{3} = \frac{50}{x} \rightarrow x = \frac{50 \cdot 3}{2,5} = 60 \text{ km}$
3	x	

b) ¿Cuánto tiempo tardará en recorrer 15 km a ese ritmo?

Tiempo (h)	Distancia (km)	
2,5	50	$\frac{2,5}{x} = \frac{50}{15} \rightarrow x = \frac{2,5 \cdot 15}{50} = 0,75 \text{ h} = 45 \text{ min}$
x	15	

5. Mario quiere repartir una propina de 60 € entre sus nietos Marta, Iván y Carlos, que tienen 6, 8 y 10 años, respectivamente. Quiere que el reparto sea proporcional a su edad. ¿Qué cantidad debe dar a cada uno?

Suma de las edades: $6 + 8 + 10 = 24$

Marta: $\frac{24}{60} = \frac{6}{x} \rightarrow x = \frac{6 \cdot 60}{24} = 15 \text{ €}$ Iván: $\frac{24}{60} = \frac{10}{x} \rightarrow x = \frac{10 \cdot 60}{24} = 25 \text{ €}$ Carlos: $\frac{24}{60} = \frac{8}{x} \rightarrow x = \frac{8 \cdot 60}{24} = 20 \text{ €}$

6. Calcula.

a) 30 % de 150 = 45

$$0,3 \cdot 150 = 45$$

c) 30 % de 500 = 150

$$150 : 0,3 = 500$$

b) 8 % de 60 = 4,8

$$0,08 \cdot 60 = 4,8$$

d) 15 % de 60 = 9

$$\frac{9}{60} \cdot 100 = 15 \%$$

7. Expresa en forma de porcentaje.

- a) Tres de cada cinco personas consultadas saben el tipo de residuos que deben echar en un contenedor por su color.

$$\frac{3}{5} = 0,6$$

El 60 % de las personas consultadas saben qué tipo de residuos hay que depositar en cada contenedor por su color.

- b) Un bollo que pesa 50 g contiene 10 g de azúcar.

$$\frac{10}{50} = 0,2$$

El bollo contiene un 20 % de azúcar.

- c) Un ordenador cuesta 400 € y se rebaja su precio en 48 €.

$$\frac{48}{400} = 0,12$$

El precio del ordenador se ha rebajado un 12 %.

8. En una comunidad de vecinos, 12 propietarios están a favor de hacer unas reformas en la entrada del edificio, lo que representa el 60 % del total de ellos. ¿Cuántos propietarios son?

$$60 \% \text{ de } x = 12 \rightarrow x = 12 : 0,6 = 20$$

Son 20 propietarios.

9. En una zapatería están en las segundas rebajas.

- a) ¿Cuál será el precio de unos zapatos que costaban 60 € si se les rebaja un 40 %?

$$60 \% \text{ de } 60 = 0,6 \cdot 60 = 36 \text{ €}$$

- b) El precio de unas botas que cuestan 120 se rebaja en un 25 %. ¿Cuánto dinero te ahorras si las compras en las rebajas?

$$25 \% \text{ de } 120 = 0,25 \cdot 120 = 30 \text{ €}$$

10. Un ayuntamiento recarga en un 20 % los recibos que se pagan fuera del plazo voluntario.

- a) El recibo del impuesto de circulación de un vehículo es de 58 €. ¿Cuánto habrá que abonar su propietario si paga fuera de plazo?

$$120 \% \text{ de } 58 = 1,2 \cdot 58 = 69,60 \text{ €}$$

- b) Por un recibo que se ha pagado fuera de plazo se ha abonado 24 € de recargo. ¿Cuál era el importe del recibo sin recargo y con recargo?

$$20 \% \text{ de } x = 24 \rightarrow x = 24 : 0,2 = 120 \text{ €}$$

El importe sin recargo: 120 €. El importe con recargo: 144 €

Evaluación A

1. Indica si para estudiar las siguientes variables elegirías una muestra o recogerías datos de toda la población.

- Opinión de los jóvenes de 16 años de una ciudad de 15 000 habitantes sobre el programa actividades de ocio que debería organizar el ayuntamiento durante un verano.
- La edad de los alumnos de tu clase.
- La causa de los incendios forestales producidos en una Comunidad Autónoma en un año.
- Las calificaciones de final de curso obtenidas en las distintas materias y cursos de un centro.
- Las horas de televisión que ven los niños menores de 16 años en un país.

Muestra

Población

Población

Población

Muestra

Recuerda

En un estudio estadístico definimos:

■ **Población:** Todos los individuos u objetos a los que se refiere el estudio.

■ **Muestra:** Parte de la población sobre la que realmente se hace el estudio.

■ **Individuo:** Cada uno de los elementos que forman la población.

2. Ordena en una tabla de frecuencias absolutas los siguientes datos que se refieren al número de libros leídos por un grupo de personas en los dos últimos meses:

2 1 2 1 2 3 1 2 1 0 0 0 1 2 2
3 1 0 1 1 2 1 3 0 0 3 2 1 1 0

N.º de libros leídos	Recuento	Frecuencia absoluta
0		7
1		11
2		8
3		4

Recuerda

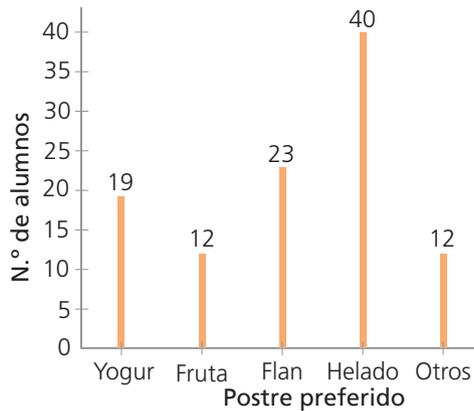
La **frecuencia absoluta** de un valor de la variable es el número de veces que este se repite.

3. En la siguiente tabla de frecuencias se han ordenado los datos recogidos en un estudio realizado a un grupo de hombres sobre el número de calzado que usan. Responde a las preguntas planteadas.

N.º de calzado	Frecuencia absoluta
39	121
40	165
41	180
42	212
43	190
44	153
45	42

- ¿A cuántos hombres se le ha hecho el estudio?
1 063 hombres
- ¿Cuántos hombres del estudio usan un n.º 42?
212 hombres
- ¿Cuántos un n.º 42 o inferior?
678 hombres
- ¿Cuántos calzan más de un n.º 42?
385 hombres
- ¿Cuál es el n.º de calzado más frecuente?
El n.º 42

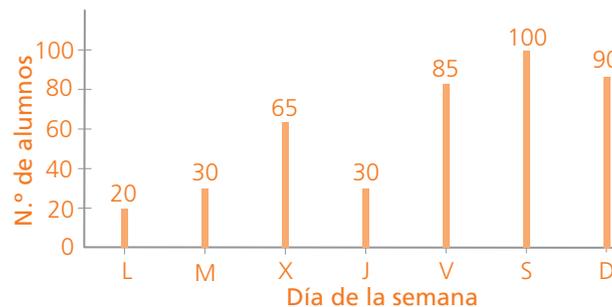
4. El siguiente diagrama de barras nos muestra el resultado sobre las preferencias de los alumnos de un comedor escolar sobre el postre.



- a) ¿Cuáles son los postres elegidos?
Yogur, fruta, flan, helado y otros.
- b) ¿Cuál es el postre más elegido?
Helado
- c) ¿Cuántos alumnos prefieren flan de postre?
23 alumnos
- d) ¿Qué postres los han elegido menos de 20 alumnos?
Yogur, fruta y otros postres
- e) ¿Cuántos alumnos utilizan ese comedor?
106 alumnos

5. La tabla muestra el número de espectadores en una sala de cine durante una semana a las sesión de las 22:00 h. Representa los datos en un diagrama de barras.

Día de la semana	Número de espectadores
Lunes	20
Martes	30
Miércoles	65
Jueves	30
Viernes	85
Sábado	100
Domingo	90



Ten en cuenta
En un **diagrama de barras** se representan los valores de la variable en el eje horizontal y sus frecuencias en el vertical.

6. Calcula la edad media de los componentes de un equipo de baloncesto si tienen las siguientes edades: 18, 20, 23, 25, 25, 27, 29, 30, 32 y 35.

Recuerda
La **media aritmética** de un conjunto de datos es la suma de todos dividida por el número total de datos.

$$\frac{18 + 20 + 23 + 25 + 25 + 27 + 29 + 30 + 32 + 35}{10} = 26,4 \text{ años}$$

7. Javier ha sacado en cuatro exámenes las siguientes calificaciones: 6; 5,5; 7 y 4,5. ¿Qué nota tiene que sacar en otro examen más para que la media sea 6?

En total son 5 notas. Para que la nota media sea 6, la suma de todas las notas tiene que ser $6 \cdot 5 = 30$.

Los cuatro exámenes primeros suman: $6 + 5,5 + 7 + 4,5 = 23$

Por tanto tiene que sacar un 7.

8. Calcula la mediana de la edad de 6 los miembros de una pandilla que tienen: 12, 11, 11, 13, 14 y 11 años.

Ordenamos los datos: 11, 11, 11, 12, 13, 14

Y como el número de datos es par, tenemos:

$$\text{Mediana} = \frac{11 + 12}{2} = 11,5 \text{ años}$$

Ten en cuenta
Para averiguar la **mediana** de un conjunto de datos estos se ordenan de menor a mayor y el que ocupa el lugar central es la **mediana**. Si el número de datos es par, hay dos datos centrales, y la mediana es su media.

Evaluación B

1. Clasifica las siguientes variables en cuantitativas y cualitativas.

- Edad.
- Sexo.
- Notas de un examen.
- Nacionalidad.
- Sabor preferido de refresco.
- Número de novelas leídas.
- Mascota en casa.
- Deporte practicado.

Cuantitativas
Edad, notas de un examen,
número de novelas

Cualitativas
Sexo, nacionalidad, sabor
preferido, mascota en casa,
deporte practicado

Recuerda

Una variable estadística es la característica que se estudia y puede ser:

- **Cuantitativa:** Los valores de la variable son números.
- **Cualitativa:** Los valores de la variable son cualidades.

2. Una empresa ha realizado un estudio sobre el grado de satisfacción de sus empleados con su trabajo. A continuación están las respuestas recogidas en relación a si se sienten a gusto con sus compañeros. Ordena los datos en la tabla de frecuencias y expresa los resultados en porcentajes.

Bastante	Poco	Poco	Bastante	Poco	Bastante
Mucho	Bastante	Poco	Poco	Bastante	Bastante
Bastante	Poco	Bastante	Poco	Nada	Nada
Nada	Mucho	Bastante	Mucho	No contesta	Bastante
Poco	Poco	Bastante	Nada	Bastante	Mucho
Poco	Bastante	Nada	Bastante	Bastante	
No contesta	Nada	Poco	Bastante	Poco	

Recuerda

La **frecuencia relativa** de un valor de la variable es su frecuencia absoluta dividida por el número total de datos recogidos.

Si la frecuencia relativa la multiplicamos por 100 la expresamos como porcentaje.

Respuesta	Recuento	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa	Porcentaje
Mucho	□	4	0,1	10
Bastante	▣ ▣ ▣	16	0,40	40
Poco	▣ ▣ ▣	12	0,30	30
Nada	▣	6	0,15	15
No contesta	┌	2	0,05	5

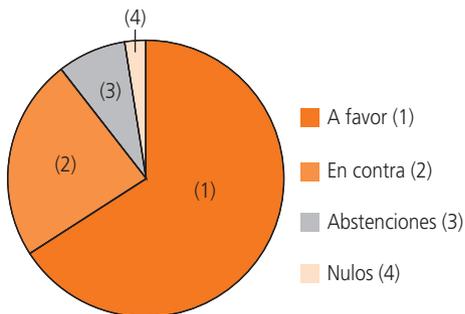
3. Se ha preguntado a un grupo de personas de qué color les gusta más las rosas. Completa la siguiente tabla de frecuencias.

Colores	Número personas	Frecuencia relativa	%
Amarillo	6	0,1	10
Rojo	27	0,45	45
Blanco	9	0,15	15
Rosa	15	0,25	25
Negro	3	0,05	5
Total	60	1	100

Ten en cuenta

La suma de todas las frecuencias absolutas tiene que ser el número de datos recogidos, la de las frecuencias relativas, 1, y la de los porcentajes, 100.

4. En un parlamento se han votado los presupuestos para el año siguiente y el diagrama de sectores muestra los resultados de la votación. Indica si las siguientes afirmaciones son verdaderas (V) o falsas (F).



- Los presupuestos han sido aprobados por más de la mitad de los votos emitidos.
- La suma de las abstenciones y los votos nulos es mayor que los votos en contra.
- Ha habido más votos nulos que abstenciones.
- Más de la cuarta parte de los votos emitidos no fueron a favor.

V

F

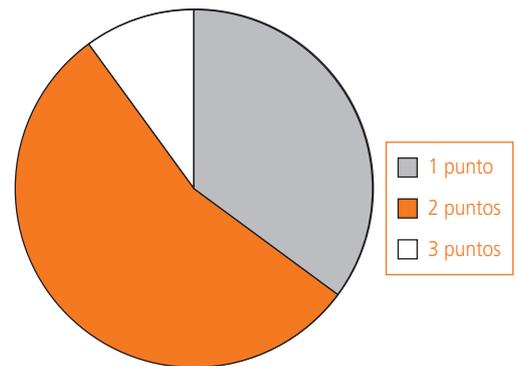
F

V

5. La siguiente tabla que muestra los lanzamientos convertidos por un equipo de baloncesto en un partido. Completa la tabla y representa los porcentajes en un diagrama de sectores.

	Lanzamientos Convertidos	%
Tiros de 1 punto	14	35
Tiros de 2 puntos	22	55
Tiros de 3 puntos	4	10

Sector 1 punto:
 $\frac{14}{40} \cdot 100 \cdot 3,6 = 126^\circ$
 Sector 2 puntos:
 $\frac{22}{40} \cdot 100 \cdot 3,6 = 198^\circ$
 Sector 3 puntos, el resto



Ten en cuenta
 En un diagrama de sectores un 1% de los datos corresponde a un sector de 3,6° de amplitud.

6. María ha preguntado a sus compañeros de clase el número de veces que han ido al cine en el último mes y ha recogido los datos en la siguiente tabla. Calcula la media aritmética.

N.º de veces que ha ido al cine	N.º de compañeros
0	5
1	13
2	8
3	3
4	1

Ten en cuenta
 Para calcular la suma de todos los datos recogidos en una tabla de frecuencias multiplica cada valor de la variable por su frecuencia absoluta y suma después todos esos productos.

$$\frac{0 \cdot 5 + 1 \cdot 13 + 2 \cdot 8 + 3 \cdot 3 + 4 \cdot 1}{30} = 1,4 \text{ veces}$$

7. Indica la moda y el recorrido de los datos del ejercicio anterior.

Recuerda

- **Moda:** Valor de la variable con mayor frecuencia absoluta.
- **Recorrido o rango:** Diferencia entre el mayor y el menor valor de la variable.

Moda = 1 vez
 Recorrido = 4 - 0 = 4

Evaluación C

1. Indica cuál es la población y, en su caso, si es necesaria una muestra en el estudio de las siguientes variables estadísticas.

- a) El destino preferido de los españoles para pasar las vacaciones de verano.
La población sería todos los españoles y es necesario elegir una muestra para hacer el estudio.
- b) Las calificaciones obtenidas en Matemáticas en el mes de junio por los alumnos de un instituto.
La población es todos los alumnos del instituto que estudian Matemáticas. El estudio se debe hacer sin elegir muestra.
- c) El tipo de programa de televisión preferido por los jóvenes entre 15 y 30 años de una Comunidad Autónoma.
La población la forman todos los jóvenes de 15 a 30 años residentes en esa Comunidad Autónoma. Es necesario elegir una muestra para hacer el estudio.
- d) El sueldo de los empleados de una fábrica.
La población la forman todos los empleados de la fábrica. No se debe elegir una muestra.

2. Los siguientes datos muestran el grado de satisfacción de los clientes de un hotel en relación a la atención del personal del hotel durante su estancia. Organiza los datos en una tabla de frecuencias absolutas y de porcentajes y represéntalos en un diagrama de barras.

Buena	Buena	Mala	Regular	Excelente
Excelente	Excelente	Regular	Excelente	Buena
Mala	Mala	Buena	Buena	Buena
Muy mala	Regular	Regular	Mala	Buena
Regular	Buena	Buena	Regular	Regular
Buena	Buena	Buena	Regular	Buena
Buena	Regular	Buena	Regular	Mala
Excelente	Muy mala	Regular	Mala	Excelente
Buena	Regular	Mala	Buena	Mala
Excelente	Buena	Buena	Buena	Buena
Regular	Buena	Excelente	Regular	Buena
Buena	Excelente	Mala	Regular	Muy mala

Opinión	Recuento	N.º de clientes	%
Muy mala	□	3	5
Mala	□ □	9	15
Regular	□ □ □	15	25
Buena	□ □ □ □ □	24	40
Excelente	□ □	9	15



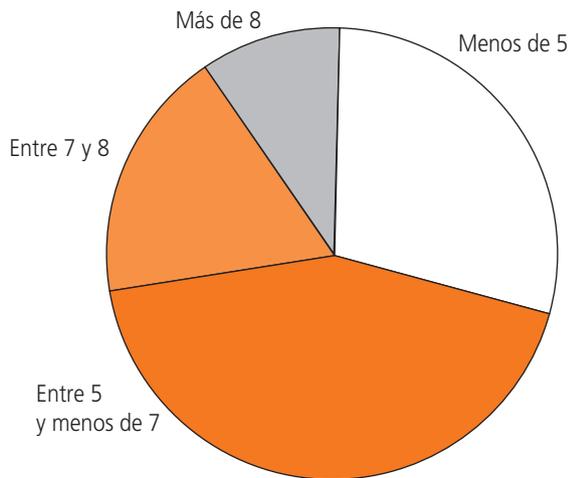
3. Completa la siguiente tabla redondeando a las milésimas las frecuencias relativas.

Ten en cuenta

La suma de todas las frecuencias absolutas es el total de datos recogidos. Generalmente las frecuencias relativas y los porcentajes se suelen redondear al orden de unidad deseado.

Valores de la variable	Frecuencia absoluta	Frecuencia Relativa	%
16 años o menos	45	$\frac{45}{271} \approx 0,166$	16,6
Entre 17 y 30 años	62	$\frac{62}{271} \approx 0,229$	22,9
Entre 31 y 65 años	123	$\frac{123}{271} \approx 0,454$	45,4
Mayores 65 años	41	$\frac{41}{271} \approx 0,151$	15,1

4. El diagrama de sectores muestra los resultados en un examen de Geografía e Historia realizado por los 120 alumnos de 1.º de la ESO de un centro. Completa la tabla de frecuencias absolutas.



Ten en cuenta

En un diagrama de sectores la amplitud de cada sector es directamente proporcional al número de datos que representa. Así, por ejemplo para representar 120 datos tendremos que a cada dato le corresponde un sector con un ángulo de:

$$\frac{360}{120} = 3^\circ$$

Calificaciones	N.º de alumnos
Menos de 5	35
Entre 5 y menos de 7	52
Entre 7 y 8	22
Más de 8	11

Amplitud por dato: $\frac{360}{120} = 3^\circ$

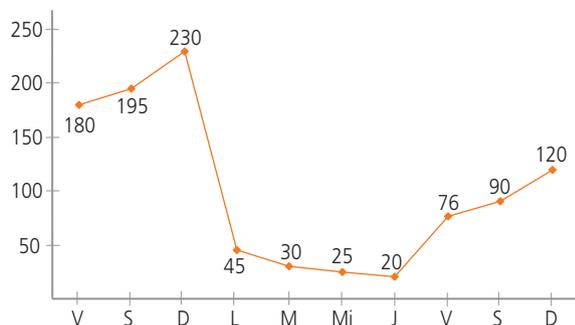
Sector de *Menos de 5* mide $105^\circ \rightarrow 105 : 3 = 35$ alumnos

Sector de *Entre 5 y 7* mide $156^\circ \rightarrow 156 : 3 = 52$ alumnos

Sector de *Entre 7 y 8* mide $66^\circ \rightarrow 66 : 3 = 22$ alumnos

Sector de *Más de 8* mide $33^\circ \rightarrow 33 : 3 = 11$ alumnos

5. El gráfico representa el número de visitantes de una exposición de fotografía durante los diez días que ha estado expuesta al público.



- a) ¿En qué día de la semana finalizó la exposición?
En domingo
- b) ¿En qué día de la semana tuvo más visitantes?
El primer domingo
- c) ¿En cuál tuvo menos visitantes?
El jueves
- d) ¿Cuántas personas visitaron la exposición los tres primeros días?
 $180 + 195 + 230 = 605$ personas

6. Calcula la mediana y el rango de las edades de los trabajadores de una oficina:

33, 45, 40, 33, 35, 48, 54, 57, 33, 25, 41, 59, 60

Rango: $25 - 60 = 35$ años

Para hallar la mediana, ordenamos los datos: 25, 33, 33, 33, 35, 40, 41, 45, 48, 54, 57, 59, 60

Así, tenemos que: Mediana = 41 años

7. El número de mascotas que tienen los alumnos de una clase de 1.º de la ESO son:

1, 0, 0, 1, 1, 2, 2, 3, 1, 1, 0, 2, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 2, 3, 1, 2, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0

Calcula la media, la moda, la mediana y el rango.

Media = $\frac{0 \cdot 9 + 1 \cdot 14 + 2 \cdot 5 + 3 \cdot 2}{30} = 1$ mascota

Moda = 1 mascota

Mediana: Los datos centrales ocupan el lugar 15 y 16 y son 1 y 1. Por tanto la mediana es 1 mascota

Evaluación D

1. Indica cuál es la población y si emplearías una muestra en el estudio de las siguientes variables estadísticas. Señala también si la variable estudiada es cuantitativa o cualitativa.

- a) Edad en que comenzaron a trabajar los jóvenes de 30 años de una Comunidad Autónoma.
 La población son todos los jóvenes de 30 años de la Comunidad Autónoma que han trabajado. Se necesita una muestra para hacer el estudio. La variable edad es cuantitativa.
- b) Color de uniforme preferido por los 50 auxiliares de vuelo de una compañía aérea.
 La población son los 50 auxiliares de vuelo de la compañía. El estudio se puede hacer preguntando a toda la población sin necesidad de elegir una muestra. La variable color es cualitativa.

2. Completa las siguientes tablas de frecuencias.

Variable	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
0	18	0,09
1	72	0,36
2	60	0,3
3	50	0,25
Total	200	1

Variable	Frecuencia absoluta	%
Cola	440	55
Naranja	160	20
Limón	172	21,5
Otros	28	3,5
Total	800	100

3. El servicio de atención al cliente de una compañía solicita los usuarios que se ponen en contacto con ella a través del teléfono que a la finalización de la llamada valoren entre 1 y 5 la atención recibida. Estos son los resultados obtenidos en las 50 llamadas recibidas un día.

4, 2, 1, 3, 5 4, 3, 5, 1, 4 3, 3, 4, 4, 5 1, 1, 3, 3, 4 1, 3, 4, 4, 5
 2, 5, 3, 3, 4 2, 3, 3, 3, 5 1, 4, 3, 5, 2 4, 2, 3, 4, 5 5, 3, 2, 1, 3

Organiza los datos en una tabla de frecuencias absolutas y construye un diagrama de barras.

Valoración	Recuento	N.º de llamadas
1	☐	7
2	☐	6
3	☐ ☐ ☐	16
4	☐ ☐	12
5	☐ ☐	9

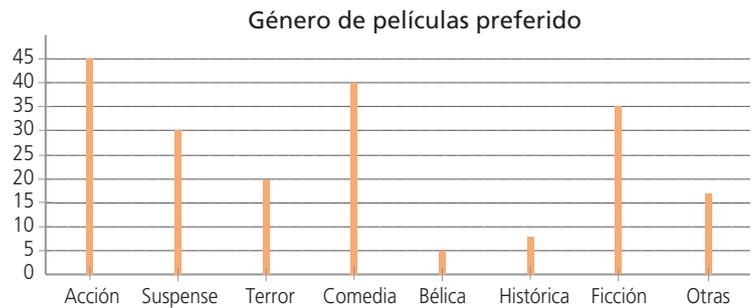
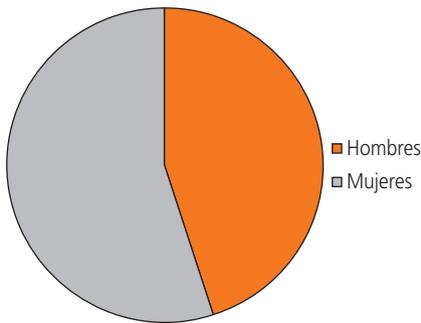


4. La tabla muestra la valoración dada por los clientes a un producto que han comprado por Internet. Completa la tabla y dibuja con los porcentajes un diagrama de sectores.

Valoración	N.º de clientes	Frecuencia relativa	%	Amplitud sector
★	12	0,1	10	36°
★★	15	0,125	12,5	45°
★★★	42	0,35	35	126°
★★★★	21	0,175	17,5	63°
★★★★★	30	0,25	25	90°



5. Los dos diagramas representan los datos en un estudio realizado a los alumnos de un instituto sobre sus preferencias en las actividades de ocio.



- a) ¿Qué variable se ha representado en el diagrama de sectores?
El sexo de los alumnos a los que se le ha hecho el estudio.
- b) ¿Han participado en el estudio más alumnos que alumnas o ha sido al revés?
En el estudio han participado más alumnas que alumnos.
- c) ¿Cuáles son los tres géneros de películas que más prefieren los alumnos?
Acción, comedia y ficción.

6. El estudio del ejercicio anterior se hizo eligiendo una muestra de 200 estudiantes. Averigua cuántos hombres y cuántas mujeres formaban la muestra.

$360^\circ : 200 = 1,8^\circ$ A cada dato le corresponde un sector de $1,8^\circ$ de amplitud.

El sector de mujeres tiene una amplitud de 198° .

$198 : 1,8 = 110$ mujeres $200 - 110 = 90$ hombres

La muestra estaba formada por 110 mujeres y 90 hombres.

7. Averigua la mediana de los siguientes datos.

a) 3, 3, 1, 4, 5, 5, 3, 1, 2

1, 1, 2, 3, 3, 3, 4, 5, 5

Mediana = 3

b) 18, 17, 18, 16, 19, 17, 18, 17

16, 17, 17, 17, 18, 18, 18, 19

Mediana = $(17 + 18) : 2 = 17,5$

8. Calcula la media, moda y rango de los datos de la tabla.

Valor de la variable	Frecuencia absoluta
0	3
10	9
12	6
15	2

$$\text{Media} = \frac{0 \cdot 3 + 10 \cdot 9 + 12 \cdot 6 + 15 \cdot 2}{20} = 9,6$$

$$\text{Moda} = 10$$

$$\text{Rango} = 15 - 0 = 15$$

9. Un alumno ha hecho 5 exámenes. El rango de las notas es 6 y la nota menor es un 2. La mediana de las notas es 5. Ha sacado tres notas distintas y una de ellas se repite tres veces. Averigua la nota media.

Si la nota menor es un 2 y el rango es 6, la mayor es 8. El dato central vale 5 y uno de los tres datos se repite 3 veces. Las notas son 2, 5, 5, 5, 8

$$\text{Media} = (2 + 3 \cdot 5 + 8) : 5 = 5$$

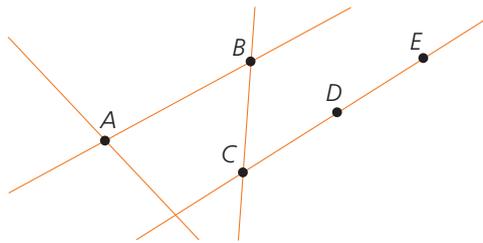
RECTAS Y ÁNGULOS

Evaluación A

1. Observa los puntos dibujados.

a) Dibuja, si se puede, una recta que pase por:

- Solo el punto A.
- Los puntos B y C.
- Los puntos A, B y E.
- Los puntos C, D y E.



b) ¿Cuál de las rectas anteriores no se puede trazar?

No se puede trazar la recta que pasa por los puntos A, B y E porque no están alineados.

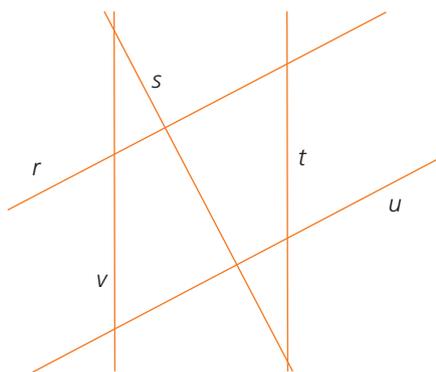
Ten en cuenta

Por un punto pasan infinitas rectas.

Por dos puntos solo pasa una recta.

Por tres puntos no siempre es posible que pase una recta, tienen que estar alineados.

2. Indica la posición relativa de estas rectas.



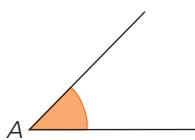
- a) r y s son perpendiculares.
- b) s y t son secantes.
- c) s y u son perpendiculares.
- d) r y u son paralelas.
- e) t y u son secantes.
- f) v y s son secantes.
- g) v y t son paralelas.
- h) v y r son secantes.

Recuerda

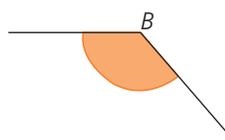
Posiciones relativas de dos rectas:

- **Secantes:** se cortan en un punto.
- **Paralelas:** no se cortan.
- **Coincidentes:** son la misma recta.
- Si las rectas son secantes y dividen al plano en cuatro regiones iguales, decimos que son **perpendiculares.**

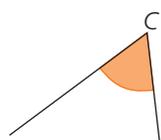
3. ¿Cuánto miden estos ángulos?



$$\hat{A} = 45^\circ$$



$$\hat{B} = 130^\circ$$



$$\hat{C} = 60^\circ$$

Recuerda

Para medir la amplitud de un ángulo con el transportador de ángulos, hay que hacer coincidir el 0° con uno de sus lados y el centro con el vértice del ángulo.

4. Expresa la amplitud de los siguientes ángulos en la unidad de medida indicada.

a) 20° en minutos

$$20^\circ \cdot 60 = 1200' \rightarrow 20^\circ = 1200'$$

b) $720'$ en grados

$$720' : 60 = 12^\circ \rightarrow 720' = 12^\circ$$

c) $18000''$ en grados

$$18000'' : 3600 = 5^\circ \rightarrow 18000'' = 5^\circ$$

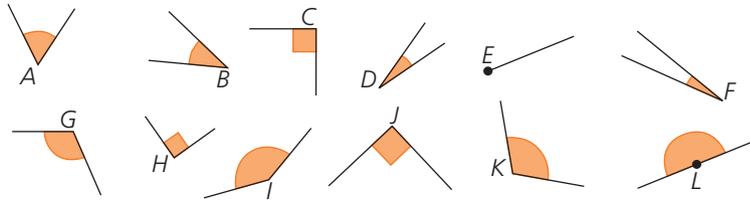
Recuerda

La amplitud de un ángulo se mide en **grados** ($^\circ$), **minutos** ($'$) y **segundos** ($''$).

$$1^\circ = 60'$$

$$1' = 60''$$

5. Clasifica los siguientes ángulos.



Agudo	Recto	Obtuso	Llano	Nulo
$\hat{A}, \hat{B}, \hat{D}, \hat{F}$	$\hat{C}, \hat{H}, \hat{J}$	$\hat{G}, \hat{I}, \hat{K}$	\hat{L}	\hat{E}

Recuerda

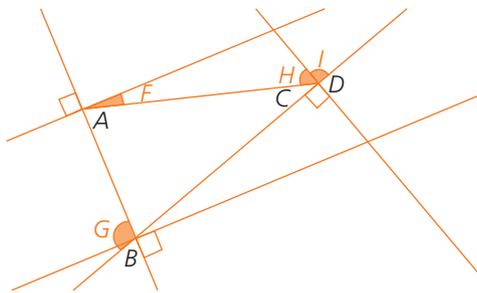
Clasificación de ángulos

- **Agudo:** su amplitud es menor que 90° .
- **Recto:** su amplitud es igual a 90° .
- **Obtuso:** su amplitud es mayor que 90° .
- **Llano:** su amplitud es igual a 180° .
- **Nulo:** su amplitud es igual a 0° .

6. Señala y nombra en la figura los ángulos descritos.

- a) Un ángulo \hat{F} complementario de \hat{A} .
- b) Un ángulo \hat{G} suplementario de \hat{B} .

- c) Un ángulo \hat{H} complementario de \hat{C} .
- d) Un ángulo \hat{I} suplementario de \hat{D} .



Recuerda

- Dos ángulos **complementarios** suman 90° .
- Dos ángulos **suplementarios** suman 180° .

7. ¿Cuál es la amplitud de estos ángulos?

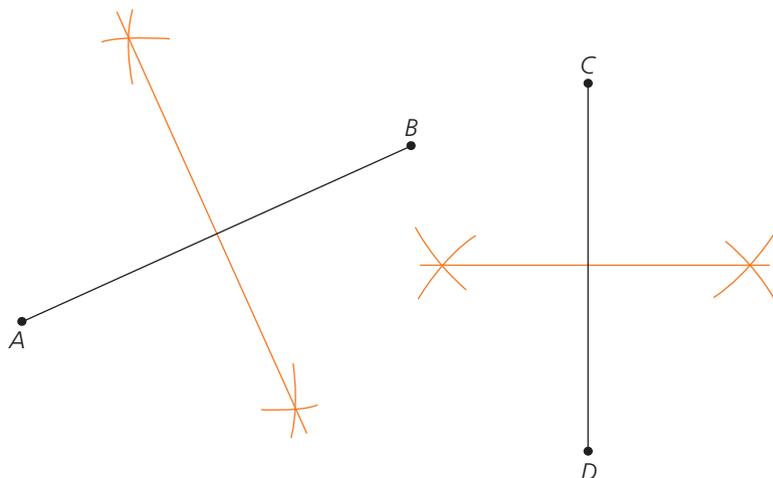
- a) El complementario de 60° .

$$90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

- b) El suplementario de 140° .

$$180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$$

8. Traza la mediatriz de estos segmentos.



Recuerda

La **mediatriz** de un segmento es la recta perpendicular a él que pasa por su punto medio.

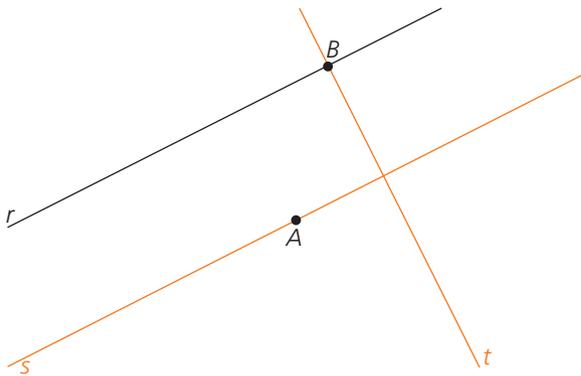
Evaluación B

1. Define estos elementos.

- a) Semirrecta: Cada una de las partes en las que queda dividida una recta al marcar un punto.
- b) Segmento: Parte de recta delimitada por dos puntos.
- c) Rectas paralelas: Rectas que no tienen ningún punto en común, no se cortan.
- d) Rectas secantes: Rectas que se cortan en un punto.

2. Dibuja.

- a) Una recta, s , paralela a la recta r que pase por el punto A .
- b) Una recta, t , perpendicular a la recta r que pase por el punto B .



Ten en cuenta

Utiliza la escuadra y el cartabón para trazar rectas paralelas y perpendiculares.

3. Expresa estas medidas en forma compleja.

a) $3825''$

$$\begin{array}{r} 3825 \quad | \quad 60 \\ \hline 225 \quad 63 \quad | \quad 60 \\ \hline 45 \quad 3 \quad 1 \end{array}$$

$$3825 = 1^\circ 3' 45''$$

b) $467''$

$$\begin{array}{r} 467 \quad | \quad 60 \\ \hline 47 \quad 7 \end{array}$$

$$467 = 0^\circ 7' 47''$$

Ten en cuenta

Para expresar en forma compleja una medida expresada en segundos, dividimos sucesivamente entre 60.

4. Escribe en forma compleja.

a) $30,28^\circ$

$$0,28^\circ \cdot 60 = 16,8'$$

$$0,8' \cdot 60 = 48''$$

$$30,28^\circ = 30^\circ 16' 48''$$

c) $8,4^\circ$

$$0,4^\circ \cdot 60 = 24'$$

$$8,4^\circ = 8^\circ 24'$$

b) $120,75^\circ$

$$0,75^\circ \cdot 60 = 45'$$

$$120,75^\circ = 120^\circ 45'$$

d) $0,54^\circ$

$$0,54^\circ \cdot 60 = 32,4'$$

$$0,4' \cdot 60 = 24''$$

$$0,54^\circ = 32' 24''$$

Ten en cuenta

Para expresar en forma compleja una amplitud expresada en grados, transformamos la parte decimal en minutos, y la parte decimal de los minutos, en segundos.

5. Expresa cada ángulo en la unidad indicada.

a) $15^\circ 45' 12''$ en minutos

$$15^\circ \cdot 60 = 900'$$

$$12'' : 60 = 0,2'$$

$$900' + 45' + 0,2' = 945,2'$$

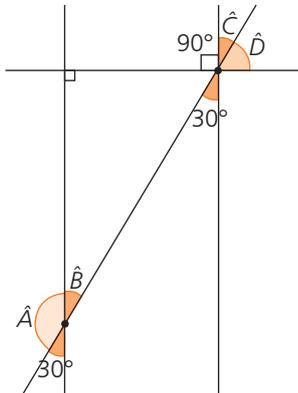
b) $120^\circ 42' 12''$ en segundos

$$120^\circ \cdot 3600 = 432000''$$

$$42' \cdot 60 = 2520''$$

$$432000'' + 2520'' + 12'' = 434532''$$

6. Indica razonadamente la medida de los ángulos \hat{A} , \hat{B} , \hat{C} y \hat{D} .

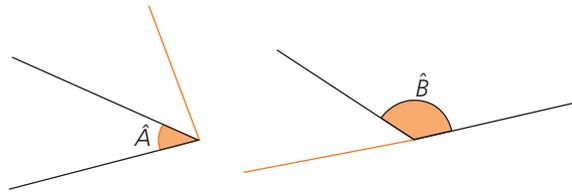


Ten en cuenta

Dos rectas secantes forman cuatro ángulos que comparten vértice. Además, los lados de uno son prolongación de los del otro, dos a dos, y tienen la misma amplitud. Se denominan **ángulos opuestos por el vértice**.

- $\hat{B} = 30^\circ$ por ser opuesto por el vértice al ángulo de amplitud 30° .
- $\hat{A} = 150^\circ$ por ser suplementario del ángulo de amplitud 30° .
- $\hat{C} = 30^\circ$ por ser opuesto por el vértice al ángulo de amplitud 30° .
- $\hat{D} = 60^\circ$ por ser complementario de \hat{C} .

7. Traza el ángulo complementario de \hat{A} y el suplementario de \hat{B} .



8. Calcula la medida de los complementarios de estos ángulos.

a) $65^\circ 40'$

$$\begin{array}{r} 90^\circ \\ - 65^\circ 40' \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} 89^\circ 60' \\ - 65^\circ 40' \\ \hline 24^\circ 20' \end{array}$$

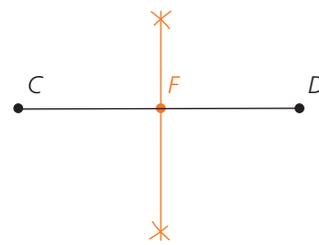
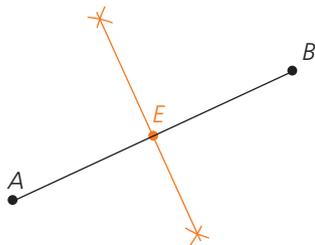
b) $48^\circ 20' 35''$

$$\begin{array}{r} 90^\circ \\ - 48^\circ 20' 35'' \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} 89^\circ 60' \\ - 48^\circ 20' 35'' \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} 89^\circ 59' 60'' \\ - 48^\circ 20' 35'' \\ \hline 41^\circ 39' 25'' \end{array}$$

Ten en cuenta

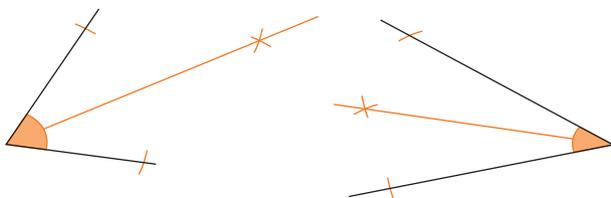
Para restar dos amplitudes, si es preciso, se pasa un grado del minuendo a minutos y, después, un minuto a segundos.

9. Localiza el punto medio de estos segmentos sin medir su longitud.



El punto medio se halla trazando la mediatriz del segmento.

10. Traza la bisectriz de estos ángulos.



Recuerda

La **bisectriz de un ángulo** es la semirrecta que tiene su origen en el vértice del ángulo y que lo divide en dos ángulos iguales.

Evaluación C

1. Observa los puntos A, B, C, D y E y dibuja:

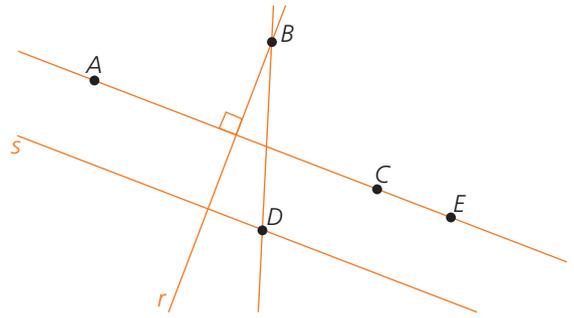
- La recta que pasa por los puntos A y C .
- La recta que pasa por los puntos C y E . ¿Qué puedes decir de los puntos A, C y E ?
- La recta, r , que pasa por el punto B y es perpendicular a la recta que pasa por los puntos A y C .
- Traza la recta, s , que pasa por el punto D y es paralela a la recta que pasa por los puntos A y C . ¿Cómo son las rectas r y s ?

Los puntos están alineados.

Perpendiculares

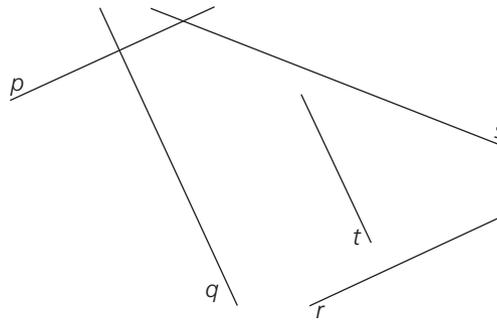
- Dibuja la recta que pasa por B y D . ¿Es perpendicular a la que pasa por los puntos A y C ?

No son perpendiculares.



2. Indica la posición relativa de las rectas dadas.

- r y p son paralelas.
- s y r son secantes.
- t y r son perpendiculares.
- s y p son secantes.
- t y s son secantes.
- r y q son perpendiculares.
- t y q son paralelas.
- t y p son perpendiculares.
- s y q son secantes.
- q y p son perpendiculares.



Ten en cuenta

Prolonga las rectas si es necesario.

3. Las rectas r y s son paralelas, y t es perpendicular a r . ¿Se puede asegurar que la recta t también es perpendicular a s ?

Sí, cualquier recta perpendicular a otra lo es a todas las rectas paralelas a esta última.

Ten en cuenta

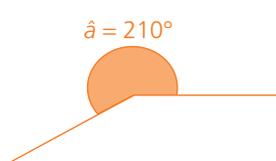
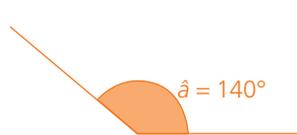
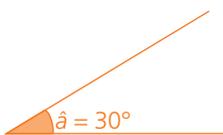
Haz un dibujo de la situación planteada que te ayude a resolverla.

4. Utiliza la regla y el transportador para dibujar estos ángulos.

a) 30°

b) 140°

c) 210°



Ten en cuenta

Para trazar un ángulo mayor de 180° , dibujamos uno llano y el consecutivo que suma la amplitud deseada.

5. Expresa el ángulo $45,12^\circ$ en grados, minutos y segundos.

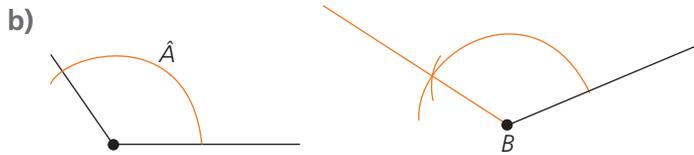
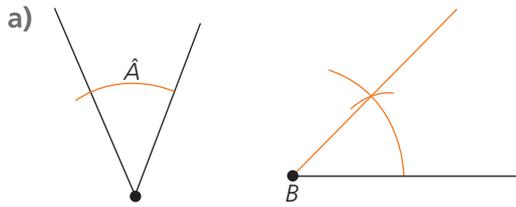
$$0,12^\circ \cdot 60 = 7,2'$$

$$0,2' \cdot 60 = 12''$$

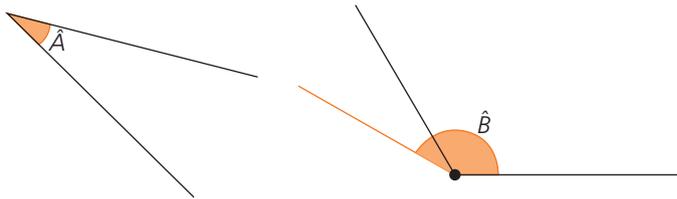


$$45,12^\circ = 45^\circ 7' 12''$$

6. Dibuja, con regla y compás, un ángulo igual a \hat{A} con vértice en el punto B tal que uno de los lados sea la semirrecta de origen B .

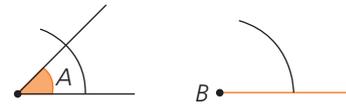


7. Dibuja el ángulo suma de los ángulos \hat{A} y \hat{B} .

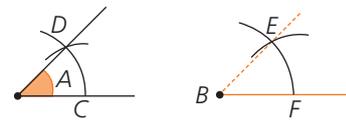


Ten en cuenta

Para trasladar un ángulo \hat{A} con regla y compás, traza una semirrecta de origen B y dibuja un arco cualquiera en el ángulo inicial y el mismo arco con vértice en B .



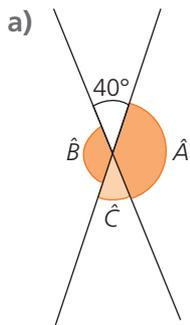
Después, mide con el compás la distancia entre los puntos C y D y traslada la medida con el compás desde F . El punto de corte, E , de los dos arcos indica el punto por donde pasa el otro lado del ángulo.



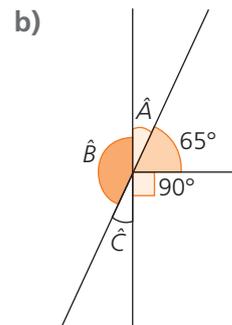
Ten en cuenta

Para dibujar el ángulo suma o resta de dos ángulos, se dibujan estos consecutivamente.

8. Deduce el valor de los ángulos que faltan.



$$\hat{A} = 140^\circ \quad \hat{B} = 140^\circ \quad \hat{C} = 40^\circ$$



$$\hat{A} = 25^\circ \quad \hat{B} = 155^\circ \quad \hat{C} = 25^\circ$$

9. Calcula la medida del ángulo suplementario.

a) $70^\circ 20'$

$$\begin{array}{r} 180^\circ \\ - 70^\circ 20' \\ \hline 109^\circ 40' \end{array}$$

b) $124^\circ 35' 40''$

$$\begin{array}{r} 180^\circ \\ - 124^\circ 35' 40'' \\ \hline 55^\circ 24' 20'' \end{array}$$

10. Calcula el ángulo complementario al ángulo correspondiente a la suma de $30^\circ 15'$ y $12^\circ 53'$.

Sumamos los ángulos.

$$\begin{array}{r} 30^\circ 15' \\ + 12^\circ 53' \\ \hline 42^\circ 68' \end{array} \Rightarrow 43^\circ 8'$$

Hallamos el ángulo complementario.

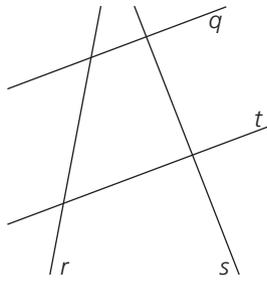
$$\begin{array}{r} 90^\circ \\ - 43^\circ 8' \\ \hline 46^\circ 52' \end{array}$$

Ten en cuenta

$$\begin{array}{l} 60'' = 1' \\ 60' = 1^\circ \end{array}$$

Evaluación D

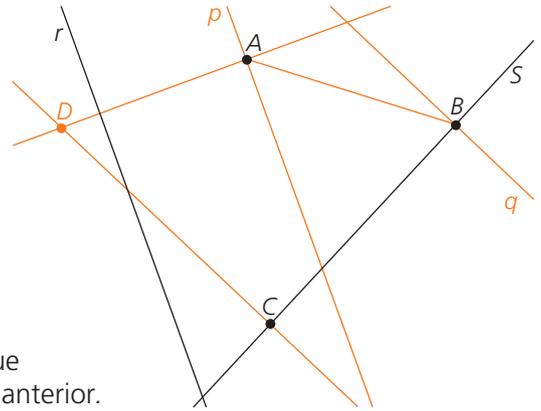
1. Indica las posiciones relativas de estas rectas.



Paralelas: q y t
 Secantes no perpendiculares: r y q , r y t , r y s
 Perpendiculares: s y q , s y t

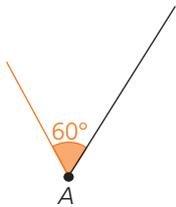
2. Dibuja.

- Una recta p paralela a la recta r que pase por el punto A .
- Una recta q perpendicular a la recta s que pase por el punto B .
- El segmento que tiene por extremos los puntos A y B .
- La recta perpendicular a la recta s que pasa por el punto C .
- El punto de corte D de la recta perpendicular a la recta r que pasa por el punto A con la recta construida en el apartado anterior.

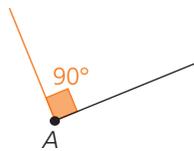


3. Utiliza el transportador para dibujar estos ángulos siendo el punto A su vértice, y la semirrecta dibujada, uno de sus lados. Mide el ángulo a partir de dicha semirrecta en sentido contrario a las agujas del reloj.

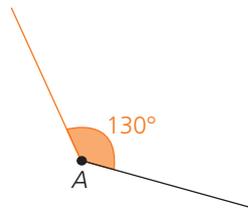
a) $\hat{A} = 60^\circ$



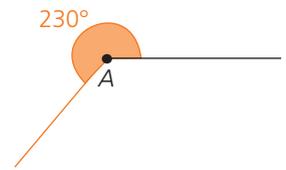
b) $\hat{B} = 90^\circ$



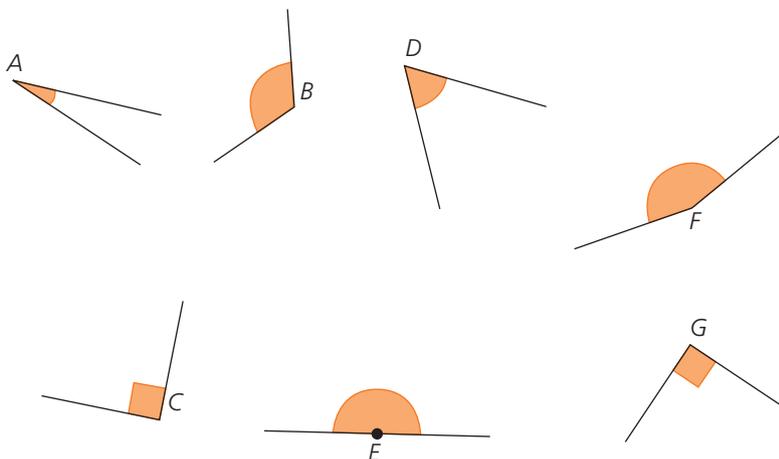
c) $\hat{C} = 130^\circ$



d) $\hat{D} = 230^\circ$



4. Clasifica los siguientes ángulos e indica su medida.



Ángulo	Clase	Amplitud
\hat{A}	Agudo	30°
\hat{B}	Obtuso	120°
\hat{C}	Recto	90°
\hat{D}	Agudo	60°
\hat{E}	Llano	180°
\hat{F}	Obtuso	160°
\hat{G}	Recto	90°

5. Expresa los siguientes ángulos en la medida indicada.

a) $18^\circ 30'$ en minutos
 $18^\circ \cdot 60 = 1080'$
 $1080' + 30' = 1110'$

b) $80^\circ 18'$ en grados
 $18' : 60 = 0,3^\circ$
 $80^\circ + 0,3^\circ = 80,3^\circ$

c) $3^\circ 45' 36''$ en minutos
 $3^\circ \cdot 60 = 180'$
 $36'' : 60 = 0,6'$
 $180' + 45' + 0,6' = 225,6'$

d) $2^\circ 42' 24''$ en segundos
 $2^\circ \cdot 3600 = 7200''$
 $42' \cdot 60 = 2520''$
 $7200'' + 2520'' + 24'' = 9744''$

6. Escribe en forma compleja las siguientes medidas de ángulos.

a) $312'$

$$\begin{array}{r} 312 \\ \underline{60} \\ 125 \end{array}$$

 $321' = 5^\circ 12'$

b) $18618''$

$$\begin{array}{r} 18618 \\ \underline{60} \\ 061310 \\ \underline{60} \\ 18105 \end{array}$$

 $18618'' = 5^\circ 10' 18''$

c) $50,02^\circ$
 $0,02^\circ \cdot 60 = 1,2'$
 $0,2' \cdot 60 = 12''$
 $50,02^\circ = 50^\circ 1' 2''$

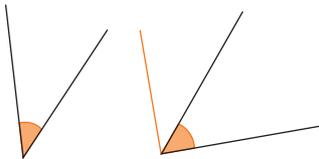
7. Calcula.

a) La amplitud del ángulo complementario de $82^\circ 40'$.
 $90^\circ - 82^\circ 40' = 89^\circ 60' - 82^\circ 40' = 7^\circ 20'$

b) La amplitud del ángulo suplementario de $120^\circ 12' 53''$.
 $180^\circ - 120^\circ 12' 53'' = 179^\circ 59' 60'' - 120^\circ 12' 53'' = 59^\circ 47' 7''$

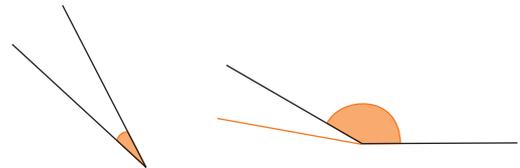
8. Dibuja, en cada caso, los ángulos como consecutivos y contesta.

a) ¿Son estos ángulos complementarios?



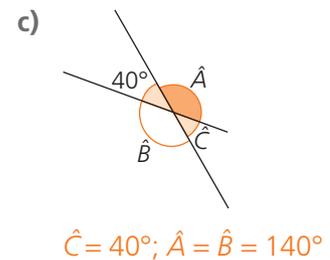
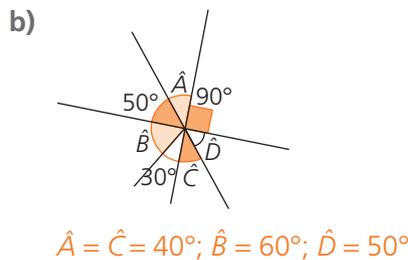
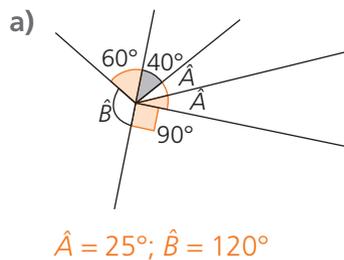
Sí son complementarios.

b) ¿Son estos ángulos suplementarios?

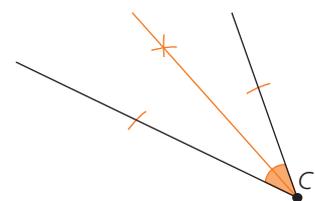
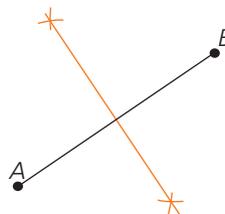


No son suplementarios.

9. Deduce la medida de los ángulos que faltan en cada caso.



10. Traza la mediatriz del segmento AB y la bisectriz del ángulo \hat{C} .



POLÍGONOS

Evaluación A

1. Observa estos polígonos y completa la tabla.

Recuerda

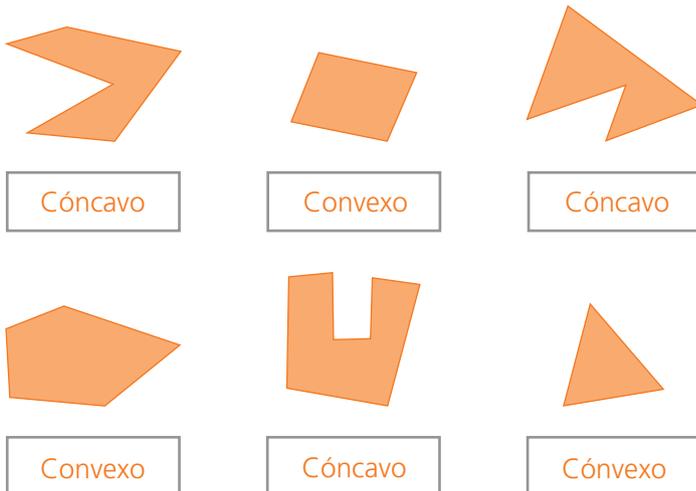
Un **polígono** es la región del plano limitada por una línea poligonal cerrada.

Sus elementos son: lados, vértices, diagonales y ángulos interiores.

Los polígonos se nombran según su número de lados.

	N.º lados	N.º vértices	N.º diagonales	Nombre
	5	5	5	Pentágono
	3	3	0	Triángulo
	6	6	9	Hexágono
	4	4	2	Cuadrilátero
	5	5	5	Pentágono

2. Clasifica los siguientes polígonos en cóncavos y convexos.



Recuerda

Los ángulos interiores de un polígono son los formados por dos lados consecutivos.

Según la medida de los ángulos interiores un polígono puede ser:

- **Convexo:** si todos ellos son menores que 180° .
- **Cóncavo:** si alguno de ellos es mayor que 180° .

3. Dibuja.

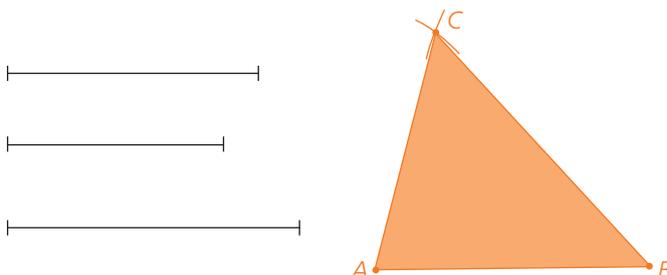
a) Un octógono cóncavo.

Comprobar que los alumnos dibujan un polígono de 8 lados con algún ángulo interior mayor que 180° .

b) Un heptágono convexo.

Comprobar que los alumnos dibujan un polígono de 7 lados con todos sus ángulos interiores menores que 180° .

4. Construye un triángulo con estos tres segmentos.

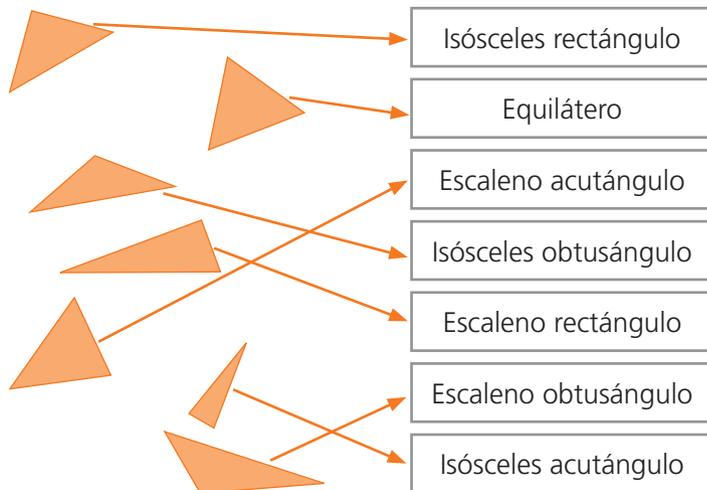


Recuerda

Construir un triángulo conociendo los tres lados:

- Tomar uno de los lados como base.
- En cada extremo, trazar un arco de longitud cada uno de los otros lados.
- La intersección de los arcos es el tercer vértice del triángulo. Unir los puntos y obtener el triángulo.

5. Relaciona cada triángulo con su nombre.



Recuerda

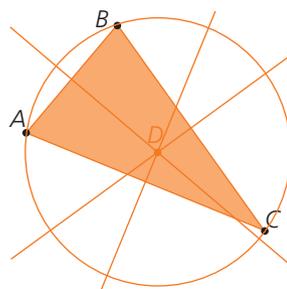
Según **la longitud de sus lados**, los triángulos se clasifican en:

- **Equilátero:** los 3 lados iguales.
- **Isósceles:** 2 lados iguales.
- **Escaleno:** ningún lado igual.

Según **la amplitud de sus ángulos**, los triángulos se clasifican en:

- **Acutángulo:** los 3 ángulos agudos.
- **Rectángulo:** un ángulo recto.
- **Obtusángulo:** un ángulo obtuso.

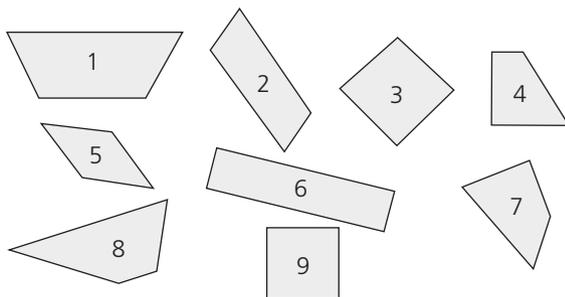
6. Dibuja la circunferencia circunscrita al triángulo ABC.



Recuerda

Las **mediatrices** de los lados de un triángulo se cortan en un punto llamado **circuncentro**, que es el centro de la circunferencia circunscrita al triángulo.

7. Clasifica los siguientes cuadriláteros.



Paralelogramos			
Cuadrado	Rectángulo	Rombo	Romboide
3, 9	6	5	2

Trapecios			Trapezoides
Isósceles	Rectángulo	Escaleno	
1	4	8	7

Recuerda

Los cuadriláteros se clasifican en paralelogramos, trapecios y trapezoides.

Paralelogramos: lados paralelos dos a dos.

- Cuadrado: 4 lados iguales y 4 ángulos iguales.
- Rectángulo: lados iguales dos a dos y 4 ángulos iguales.
- Rombo: 4 lados iguales y ángulos iguales dos a dos.
- Romboide: lados y ángulos iguales dos a dos.

Trapecios: solo 2 lados paralelos.

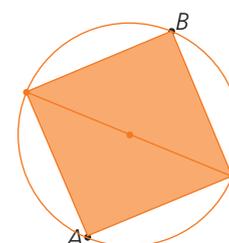
- Isósceles: lados no paralelos iguales.
- Rectángulo: 2 ángulos rectos
- Obtusángulo: los 4 ángulos interiores distintos.

Trapezoides: ningún lado paralelo.

8. El segmento AB es la diagonal de un cuadrado. Dibújalo.

Ten en cuenta

Las diagonales de un cuadrado son perpendiculares y se cortan en el punto medio.

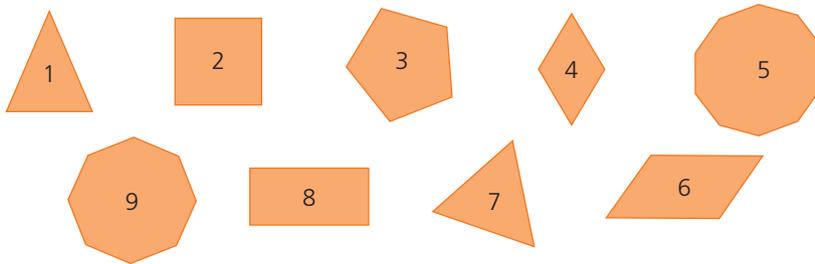


Evaluación B

1. Escribe las definiciones de estos términos.

- a) Polígono
Región del plano delimitada por una línea poligonal cerrada.
- b) Polígono cóncavo
Región del plano delimitada por una línea poligonal cerrada que tiene algún ángulo mayor que 180° .
- c) Octógono
Polígono de 8 lados.
- d) Triángulo rectángulo escaleno
Polígono de tres lados con un ángulo recto y sus tres lados desiguales.
- e) Circuncentro
Punto de corte de las mediatrices de un triángulo.
- f) Trapezoide
Cuadrilátero convexo que no tiene ningún lado paralelo.

2. Clasifica los siguientes polígonos en regulares e irregulares.



Regulares: 2, 3, 5, 7, 9

Irregulares: 1, 4, 6, 8

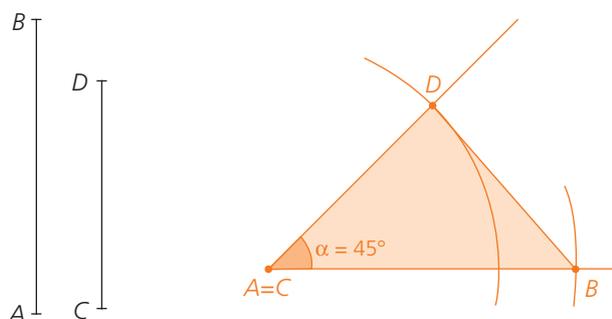
Recuerda
Un **polígono regular** tiene todos los ángulos y todos los lados iguales.

3. Escribe el nombre de estos polígonos haciendo referencia al número de lados y a sus ángulos interiores, indicando si es regular o no.



- a) Cuadrilátero cóncavo irregular
- b) Pentágono convexo regular
- c) Triángulo convexo regular
- d) Pentágono cóncavo irregular
- e) Cuadrilátero convexo irregular

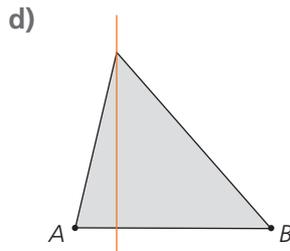
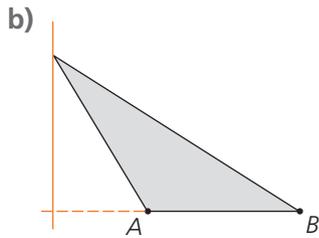
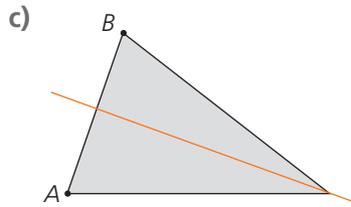
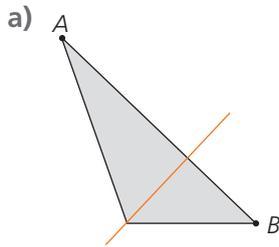
4. Construye un triángulo de tal forma que dos de sus lados sean los segmentos AB y CD , y el ángulo formado por ellos mida 45° .



Recuerda
Construir un triángulo conociendo dos lados y el ángulo que forman:

- Tomar uno de los lados como base.
- Sobre él, medir el ángulo conocido y trazar una semirrecta.
- En esta semirrecta, medir el otro lado conocido.
- Unir los puntos para obtener el triángulo.

5. Traza la altura de estos triángulo respecto al lado AB.



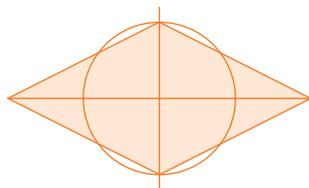
Recuerda

La **altura de un triángulo** es la recta perpendicular a un lado que pasa por el vértice opuesto.

Las tres alturas se cortan en un punto llamado **ortocentro**.

Las alturas de un triángulo pueden ser exteriores a él.

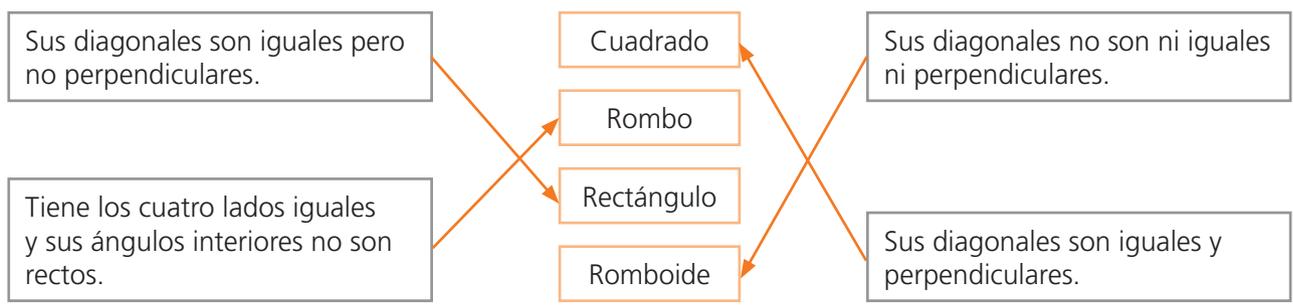
6. Dibuja un rombo cuyas diagonales midan 4 cm y 2 cm.



Ten en cuenta

Las diagonales de un rombo son perpendiculares y se cortan en el punto medio.

7. Relaciona cada paralelogramo con su definición.



8. Averigua la medida de los ángulos de un triángulo a partir de estas condiciones.

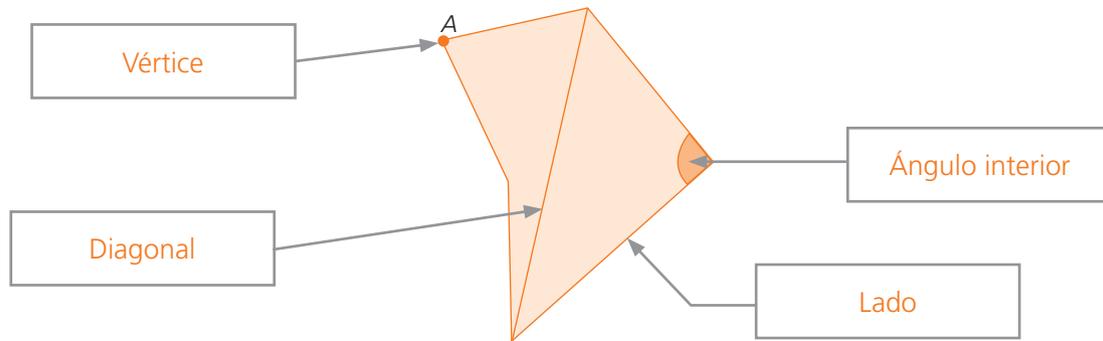
- a) Es un triángulo equilátero.
Como el triángulo es equilátero, los tres ángulos son iguales.
 $180^\circ : 3 = 60^\circ$
Cada ángulo mide 60° .
- b) Es un triángulo rectángulo en el que uno de los ángulos mide 40° .
Por ser rectángulo, uno de los ángulos mide 90° .
El tercer ángulo mide: $180^\circ - (40^\circ + 90^\circ) = 50^\circ$
Los ángulos miden 90° , 40° y 50° .
- c) Es un triángulo isósceles y su ángulo desigual mide 30° .
La suma de los otros dos ángulos es: $180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$
Por ser isósceles, los otros dos ángulos miden lo mismo: $150^\circ : 2 = 75^\circ$
Los ángulos miden 30° , 75° y 75° .

Recuerda

Los ángulos interiores de un triángulo suman 180° .

Evaluación C

1. Escribe el nombre de los elementos marcados en el polígono.



2. Dibuja.

a) Un paralelogramo con los 4 lados iguales que no sea regular.

Comprobar que los alumnos dibujan un rombo.

b) Un pentágono cóncavo.

Comprobar que los alumnos dibujan un pentágono con algún ángulo mayor que 180° .

c) Un cuadrilátero con dos lados paralelos y los otros dos iguales no paralelos.

Comprobar que los alumnos dibujan un trapecio isósceles.

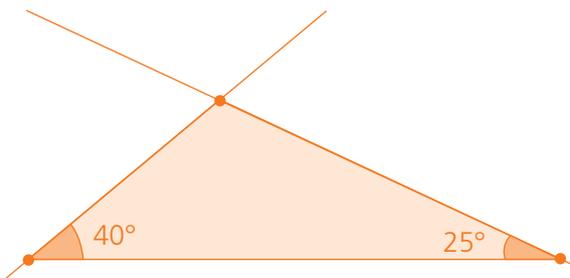
d) Un triángulo regular.

Comprobar que los alumnos dibujan un triángulo equilátero.

3. Indica razonadamente por qué no es posible construir un triángulo rectángulo equilátero.

Los triángulos equiláteros tienen sus tres ángulos iguales y cada uno de ellos mide 60° . Un triángulo rectángulo tiene un ángulo de 90° , y no se puede construir un triángulo con tres ángulos de 90° .

4. Construye un triángulo de ángulos 40° y 25° , cuyo lado en común mida 6 cm.

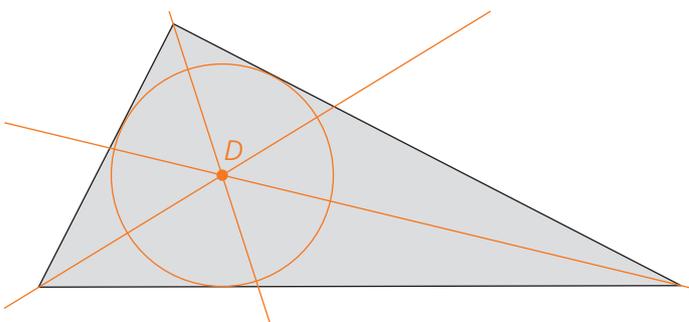


Recuerda

Construir un triángulo conociendo dos ángulos y el lado común a ambos:

- Dibujar el lado conocido.
- En cada extremo del lado, medir los ángulos conocidos y trazar dos semirrectas.
- El punto de intersección de las dos semirrectas es el tercer vértice del triángulo.

5. Dibuja la circunferencia inscrita en este triángulo.

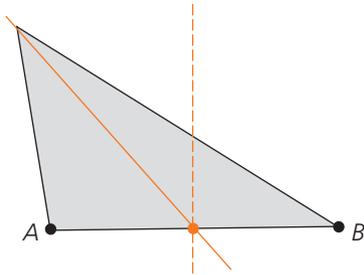


Recuerda

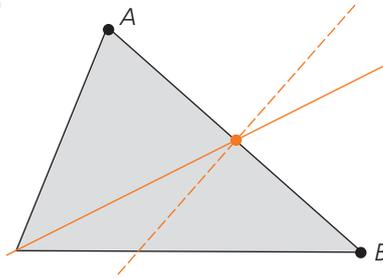
Las **bisectrices** de los ángulos de un triángulo se cortan en un punto llamado **incentro**, que es el centro de la circunferencia inscrita en el triángulo.

6. Traza la mediana del lado AB en cada triángulo.

a)



b)

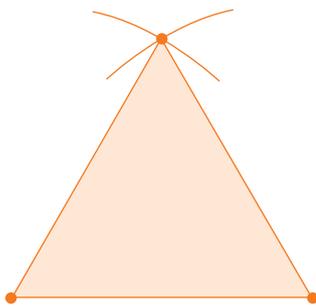


Recuerda

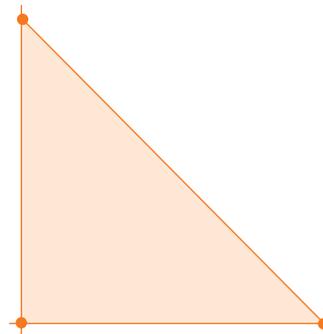
La **mediana** del lado de un triángulo es la recta que pasa por un vértice y el punto medio del lado opuesto. El punto de corte de las tres medianas se llama **baricentro**.

7. Dibuja.

a) Un triángulo equilátero de 4 cm de lado.

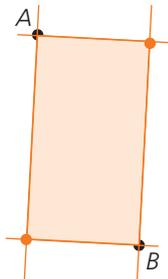


b) Un triángulo rectángulo isósceles cuyos lados iguales miden 4 cm.

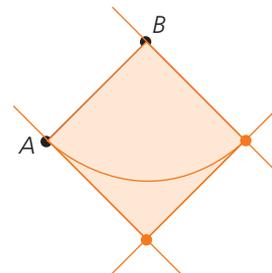


8. Construye los siguientes polígonos a partir del segmento AB .

a) Un rectángulo cuya diagonal es AB .

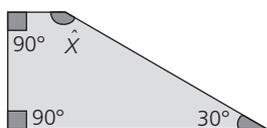


b) Un cuadrado cuyo lado es AB .



9. Averigua el ángulo que falta en estos polígonos.

a)

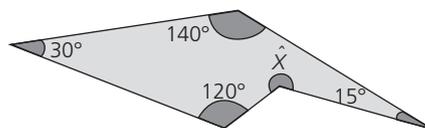


$$(4 - 2) \cdot 180^\circ = 2 \cdot 180^\circ = 360^\circ$$

$$90^\circ + 90^\circ + 30^\circ = 210^\circ$$

$$\hat{X} = 360^\circ - 210^\circ = 150^\circ$$

b)



$$(5 - 2) \cdot 180^\circ = 3 \cdot 180^\circ = 540^\circ$$

$$30^\circ + 140^\circ + 120^\circ + 15^\circ = 305^\circ$$

$$\hat{X} = 540^\circ - 305^\circ = 235^\circ$$

Ten en cuenta

La suma de los ángulos interiores de cualquier polígono de n lados es:

$$(n - 2) \cdot 180^\circ$$

10. Calcula la medida del ángulo interior de un pentágono regular.

La suma de todos los ángulos interiores es: $(5 - 2) \cdot 180^\circ = 3 \cdot 180^\circ = 540^\circ$

Como es un pentágono regular, todos los ángulos interiores son iguales. Por tanto cada ángulo mide: $540^\circ : 5 = 108^\circ$

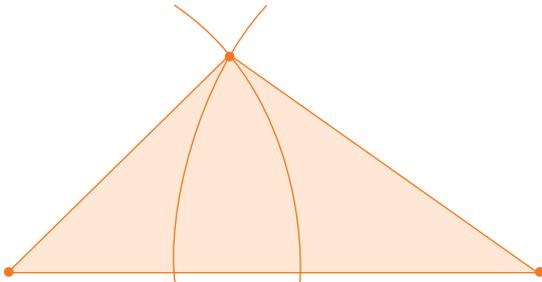
Evaluación D

1. Escribe la definición de estos términos.

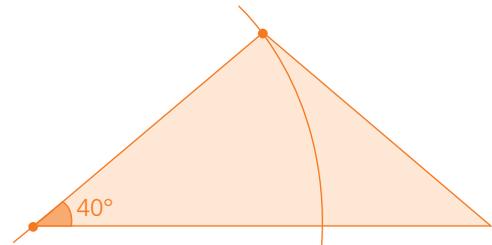
- a) Polígono convexo
Región del espacio delimitada por una línea poligonal cerrada cuyos ángulos interiores son menores que 180° .
- b) Pentágono regular
Polígono de 5 lados con todos sus lados iguales y todos sus ángulos interiores iguales.
- c) Triángulo isósceles obtusángulo
Polígono de tres lados con dos lados iguales y un ángulo interior obtuso.
- d) Incentro
Punto de corte de las bisectrices de los ángulos de un triángulo.
- e) Mediana
Recta que pasa por un vértice del triángulo y el punto medio del lado opuesto.

2. Construye triángulos con las siguientes condiciones.

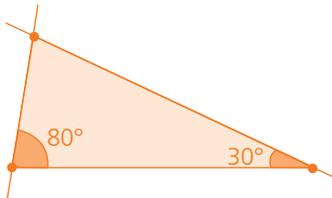
a) Los lados miden 4 cm, 5 cm y 7 cm.



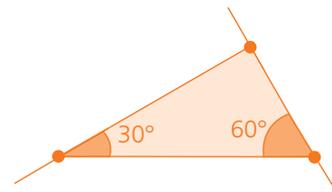
c) Un lado de 4 cm, otro de 6 cm y el ángulo que forman los dos mide 40° .



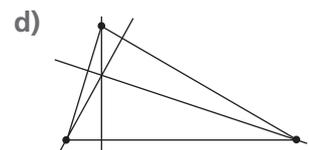
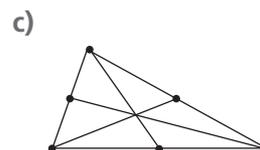
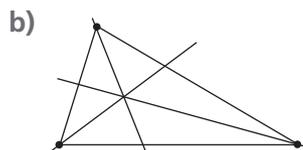
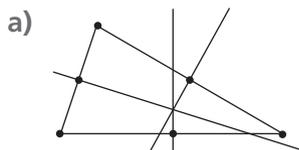
b) Tiene un ángulo de 80° y otro de 30° , y el lado en común mide 4 cm.



d) Un triángulo rectángulo con un ángulo de 30° .



3. Indica qué rectas se han trazado en cada triángulo y el nombre del punto en el que se cortan.



a) Mediatrices; circuncentro

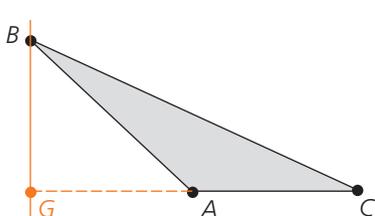
c) Medianas; baricentro

b) Bisectrices; incentro

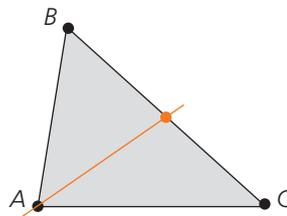
d) Alturas; ortocentro

4. Traza las rectas indicadas en cada triángulo.

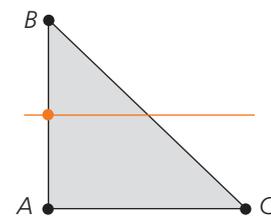
a) La altura respecto al lado AC.



b) La mediana del lado BC.



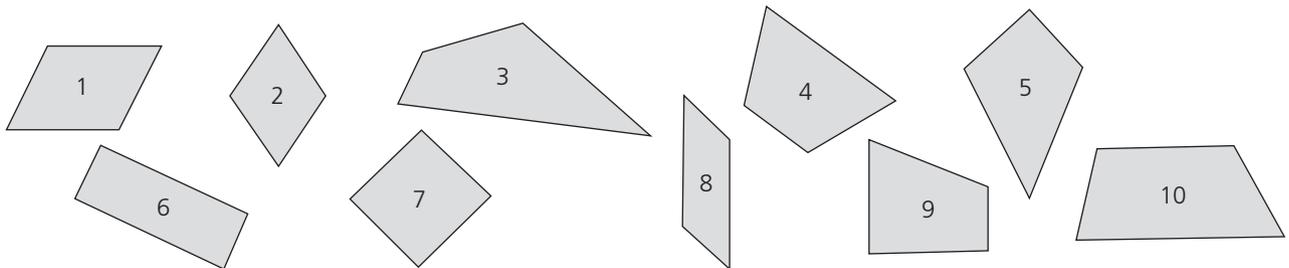
c) La mediatriz del lado AB.



5. Completa la tabla con un dibujo del polígono correspondiente.

<p>Cuadrilátero cóncavo</p> <p>Comprobar que los alumnos dibujen un polígono de 4 lados con algún ángulo mayor que 180°.</p>	<p>Hexágono convexo irregular</p> <p>Comprobar que los alumnos dibujen un polígono de 6 lados de diferente longitud con ángulos menores que 180°.</p>	<p>Triángulo isósceles acutángulo</p> <p>Comprobar que los alumnos dibujen un polígono de 3 lados, dos de ellos iguales, con todos los ángulos menores que 90°.</p>	<p>Triángulo rectángulo escaleno</p> <p>Comprobar que los alumnos dibujen un polígono de 3 lados de diferente longitud con un ángulo de 90°.</p>
<p>Trapezio isósceles</p> <p>Comprobar que los alumnos dibujen un polígono de 4 lados con dos lados paralelos, y los no paralelos son iguales.</p>	<p>Romboide</p> <p>Comprobar que los alumnos dibujen un polígono de 4 lados con los lados y los ángulos iguales dos a dos.</p>	<p>Trapezoide</p> <p>Comprobar que los alumnos dibujen un polígono de 4 lados que no tiene lados paralelos.</p>	<p>Trapezio escaleno</p> <p>Comprobar que los alumnos dibujen un polígono de 4 lados con dos lados paralelos y ángulos interiores distintos.</p>

6. Clasifica los siguientes cuadriláteros en paralelogramos y no paralelogramos, y estos últimos, en trapezios y trapezoides.



Paralelogramos: 1, 2, 6, 7 y 8

No paralelogramos:

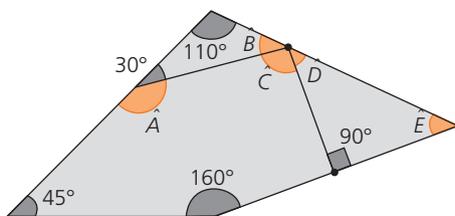
■ Trapezios: 4, 9 y 10

■ Trapezoides: 3 y 5

7. Completa con el nombre del paralelogramo correspondiente.

- Las diagonales son iguales y perpendiculares: **cuadrado**
- Las diagonales no son iguales pero sí perpendiculares: **rombo**
- Las diagonales son iguales pero no son perpendiculares: **rectángulo**
- Las diagonales ni son iguales ni son perpendiculares: **romboide**

8. Averigua la medida de los ángulos que faltan.



$$\hat{A} = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$$

$$\hat{B} = 180^\circ - (110^\circ + 30^\circ) = 40^\circ$$

$$\hat{C} = 540^\circ - (150^\circ + 45^\circ + 160^\circ + 90^\circ) = 95^\circ$$

$$\hat{D} = 180^\circ - (40^\circ + 95^\circ) = 45^\circ$$

$$\hat{E} = 180^\circ - (90^\circ + 45^\circ) = 45^\circ$$

9. Calcula la amplitud del ángulo interior de un hexágono regular.

La suma de todos los ángulos interiores es: $(6 - 2) \cdot 180^\circ = 4 \cdot 180^\circ = 720^\circ$

Por ser un hexágono regular, los 6 ángulos interiores miden lo mismo. Cada uno mide $720^\circ : 6 = 120^\circ$.

10. Marta dice que los ángulos interiores de un trapezio miden 80° , 60° , 120° y 70° . Demuestra razonadamente si ha cometido algún error al medir.

Los ángulos interiores de cualquier cuadrilátero suman 360° .

$80^\circ + 60^\circ + 120^\circ + 70^\circ = 330^\circ \neq 360^\circ$. Por tanto las medidas no están bien tomadas.

PERÍMETROS Y ÁREAS DE POLÍGONOS

Evaluación A

1. Expresa en la unidad de medida indicada.

- a) $3 \text{ m} = \boxed{300} \text{ cm}$
 b) $0,4 \text{ km} = \boxed{400} \text{ m}$
 c) $450 \text{ mm} = \boxed{0,45} \text{ m}$
 d) $0,4 \text{ hm} = \boxed{0,04} \text{ km}$

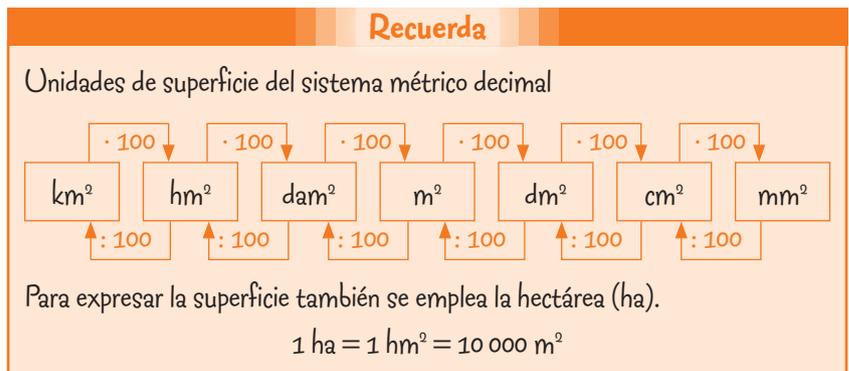


2. Escribe qué unidad es la más apropiada para expresar estas medidas.

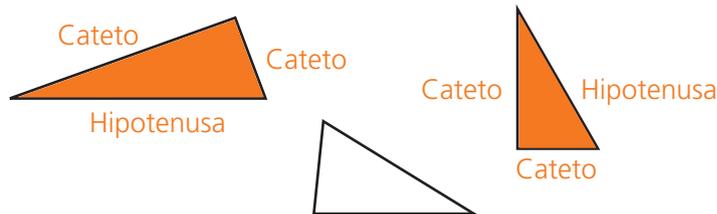
- a) La longitud de una piscina. Metros c) La distancia entre dos pueblos. Kilómetros
 b) El grosor de una moneda. Milímetros d) El ancho de este cuaderno. Centímetros

3. Completa las siguientes equivalencias.

- a) $8 \text{ m}^2 = \boxed{800} \text{ dm}^2$
 b) $20 \text{ mm}^2 = \boxed{0,2} \text{ cm}^2$
 c) $6\,000 \text{ m}^2 = \boxed{0,6} \text{ hm}^2$
 d) $1,2 \text{ ha} = \boxed{12\,000} \text{ m}^2$



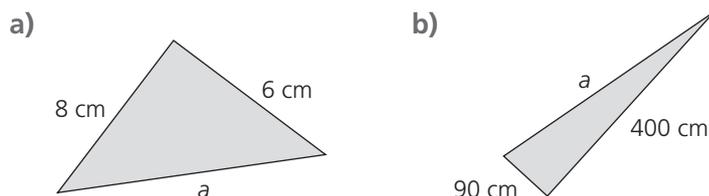
4. Colorea los triángulos rectángulos e indica qué lados son los catetos y cuál la hipotenusa.



Recuerda

Un **triángulo rectángulo** es el que tiene un ángulo recto. Los lados que forman el ángulo recto se llaman catetos, y el lado opuesto al ángulo de 90° , **hipotenusa**.

5. Calcula la medida de la hipotenusa de los siguientes triángulos rectángulos.



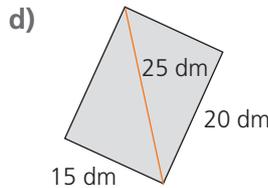
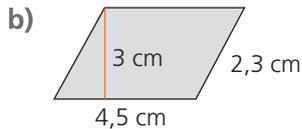
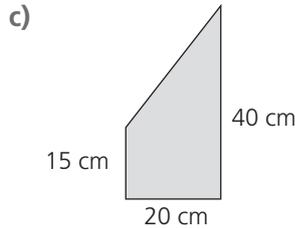
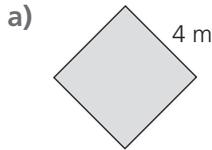
- a) $a^2 = 8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100$ $a = \sqrt{100} = 10 \text{ cm}$
 b) $a^2 = 400^2 + 90^2 = 160\,000 + 8\,100 = 168\,100$ $a = \sqrt{168\,100} = 410 \text{ mm}$

Recuerda

Teorema de Pitágoras. En un triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.

$$a^2 = b^2 + c^2$$

6. Halla el área de los siguientes cuadriláteros.



Recuerda	
Área del cuadrado	Área del rectángulo
$A = l^2$	$A = b \cdot h$
Área del romboide	Área del rombo
$A = b \cdot h$	$A = \frac{D \cdot d}{2}$
Área del trapecio	
$A = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$	

a) $A = l^2 = 4 \cdot 4 = 16 \text{ m}^2$

c) $A = \frac{(B + b) \cdot h}{2} = \frac{(40 + 15) \cdot 20}{2} = \frac{55 \cdot 20}{2} = 550 \text{ cm}^2$

b) $A = b \cdot h = 4,5 \cdot 3 = 13,5 \text{ cm}^2$

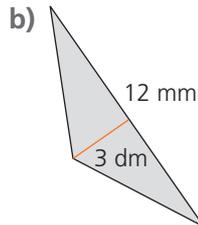
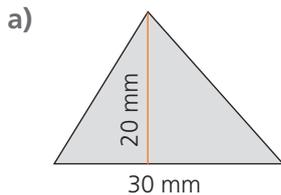
d) $A = 15 \cdot 20 = 300 \text{ dm}^2$

7. Calcula la medida del lado de un cuadrado cuya área es de 9 cm^2 .

El área de un cuadrado es igual a su lado elevado al cuadrado.

$A = l^2 = 9 \text{ cm}^2 \rightarrow l = \sqrt{9} = 3 \text{ cm}$

8. ¿Cuál es el área de estos triángulos?



Recuerda
Área del triángulo
$A = \frac{B \cdot h}{2}$

$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{30 \cdot 20}{2} = 300 \text{ mm}^2$

$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{3 \cdot 12}{2} = 18 \text{ dm}^2$

9. Halla el área de un triángulo rectángulo en el que los catetos miden 9 cm y 12 cm .

Si tomamos como base el cateto de 9 cm de longitud. Entonces la altura es la longitud del otro cateto, 12 cm .

$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{9 \cdot 12}{2} = 54 \text{ cm}^2$

Ten en cuenta
En un triángulo rectángulo, si tomamos como base uno de los catetos, la altura es el otro cateto.

10. En un jardín hay un terreno rectangular de 5 m de largo y $2,5 \text{ m}$ de ancho. Se quiere rellenar de gravilla roja excepto un cuadrado central de $1,5 \text{ m}$ de lado donde se colocarán plantas. ¿Cuántos metros cuadrados se van a rellenar de gravilla?

Calculamos el área del terreno rectangular: $A_{\text{Terreno}} = b \cdot h = 5 \cdot 2,5 = 12,5 \text{ m}^2$

Hallamos el área del cuadrado central: $A_{\text{Cuadrado}} = 1,5 \cdot 1,5 = 2,25 \text{ m}^2$

$12,5 - 2,25 = 10,25 \text{ m}^2$

Se van a rellenar de gravilla $10,25 \text{ m}^2$.

Evaluación B

1. Ordena las siguientes medidas de menor a mayor.

30 cm
 1,2 m
 0,48 dm
 60 mm

Ten en cuenta

La comparación de medidas puede resultar más fácil si se expresan todas en la misma unidad.

Expresamos las medidas en la misma unidad.

$$30 \text{ cm} = 300 \text{ mm} \quad 1,2 \text{ m} = 1\,200 \text{ mm} \quad 0,48 \text{ dm} = 48 \text{ mm}$$

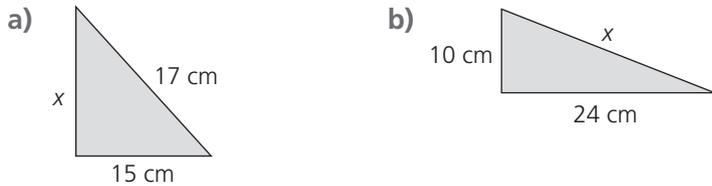
$$48 \text{ mm} < 60 \text{ mm} < 300 \text{ mm} < 1\,200 \text{ mm} \rightarrow 0,48 \text{ dm} < 60 \text{ mm} < 30 \text{ cm} < 1,2 \text{ m}$$

2. Realiza los cambios de unidad propuestos y relaciona cada medida con una de las superficies descritas.

$0,1 \text{ dam}^2 = \boxed{10} \text{ m}^2$ •
 $4\,600 \text{ mm}^2 = \boxed{46} \text{ cm}^2$ •
 $0,000\,12 \text{ hm}^2 = \boxed{1,2} \text{ m}^2$ •
 $0,1 \text{ ha} = \boxed{1\,000} \text{ m}^2$ •

• Tarjeta de visita
 • Habitación
 • Tablero de una mesa
 • Parcela de una vivienda

3. Calcula la medida del lado desconocido en los siguientes triángulos rectángulos.



a) Aplicamos el teorema de Pitágoras.

$$x^2 = 17^2 - 15^2 = 289 - 225 = 64 \rightarrow x = \sqrt{64} = 8 \text{ cm}$$

b) Aplicamos el teorema de Pitágoras.

$$x^2 = 10^2 + 24^2 = 100 + 576 = 676 \rightarrow x = \sqrt{676} = 26 \text{ cm}$$

Ten en cuenta

Para calcular la hipotenusa de un triángulo rectángulo:

$$a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow a = \sqrt{b^2 + c^2}$$

Para calcular uno de los catetos:

$$b^2 = a^2 - c^2 \rightarrow b = \sqrt{a^2 - c^2}$$

$$c^2 = a^2 - b^2 \rightarrow c = \sqrt{a^2 - b^2}$$

4. Indica, sin dibujarlos, si se puede construir un triángulo rectángulo con estas medidas.

a) 6 cm, 10 cm y 8 cm

$$10^2 = 8^2 + 6^2 \rightarrow 100 = 64 + 36 \rightarrow \text{Es posible.}$$

b) 12 cm, 14 cm y 10 cm

$$14^2 \neq 12^2 + 10^2 \rightarrow 196 \neq 144 + 100 \rightarrow \text{No es posible.}$$

c) 73 cm, 55 cm y 48 cm

$$73^2 = 55^2 + 48^2 \rightarrow 5\,329 = 3\,025 + 2\,304 \rightarrow \text{Es posible.}$$

Ten en cuenta

Un triángulo es rectángulo si el mayor de sus lados elevado al cuadrado es igual a la suma de los cuadrados de los otros dos lados.

5. Se construye un marco rectangular cuyas dimensiones son 77 cm de largo y 36 cm de ancho, y la diagonal mide 85 cm. ¿Podemos asegurar que las esquinas del marco están en ángulo recto?

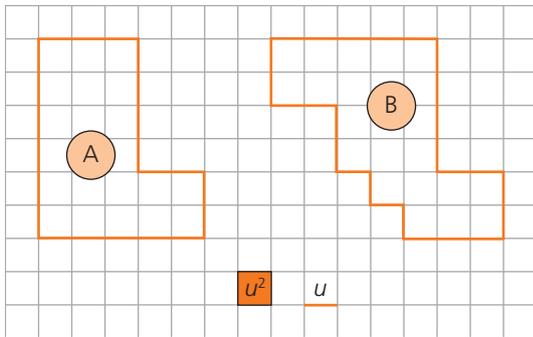
Para que estén en ángulo recto, los dos lados del marco y la diagonal tienen que formar un triángulo rectángulo.

$$85^2 = 77^2 + 36^2 \rightarrow 7\,225 = 5\,929 + 1\,296$$

Las esquinas forman ángulo recto.

Perímetros y áreas de polígonos

6. Indica el área y el perímetro de las siguientes figuras utilizando como unidad de superficie el cuadrado de la cuadrícula (u^2), y como unidad de longitud, su lado (u).



Recuerda

El **perímetro** de una figura plana es la suma de las medidas de sus lados.

FIGURA A

Área = $22 u^2$

Perímetro = $22 u$

FIGURA B

Área = $23 u^2$

Perímetro = $26 u$

7. Calcula el área de las siguientes figuras.

- a) Un rectángulo de 12,5 m de base y 80 cm de altura.

$$80 \text{ cm} = 0,8 \text{ m}$$

$$A = b \cdot h = 12,5 \cdot 0,8 = 10 \text{ m}^2$$

- b) Un rombo cuyas diagonales miden 40 cm y 0,35 m.

$$0,35 \text{ m} = 35 \text{ cm}$$

$$A = \frac{D \cdot d}{2} = \frac{40 \cdot 35}{2} = 700 \text{ cm}^2$$

- c) Un trapecio cuya base mayor mide 8 cm, la base menor 40 mm y la altura 0,12 m.

$$40 \text{ mm} = 4 \text{ cm} \quad 0,12 \text{ m} = 12 \text{ cm}$$

$$A = \frac{(B + b) \cdot h}{2} = \frac{(8 + 4) \cdot 12}{2} = 72 \text{ cm}^2$$

8. Halla el área de un cuadrado que tiene un perímetro de 48 m.

Primero calculamos la medida del lado: $48 = 4l \rightarrow l = 48 : 4 = 12 \text{ cm}$

$$A = l^2 = 12^2 = 144 \text{ cm}^2$$

9. Calcula el área de un triángulo isósceles cuyos lados iguales miden 10 cm y cuyo lado desigual es de 12 cm.

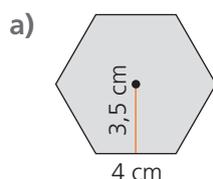
Consideramos la altura del triángulo tomando como base el lado desigual.

Calculamos su longitud aplicando el teorema de Pitágoras.

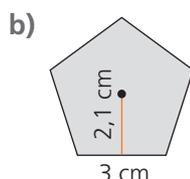
$$h^2 = 10^2 - 6^2 = 100 - 36 = 64 \rightarrow h = \sqrt{64} = 8 \text{ cm}$$

$$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{12 \cdot 8}{2} = 48 \text{ cm}^2$$

10. Halla el área de estos polígonos regulares.



$$a) \quad A = \frac{P \cdot a}{2} = \frac{4 \cdot 6 \cdot 3,5}{2} = 42 \text{ cm}^2$$



$$b) \quad A = \frac{P \cdot a}{2} = \frac{3 \cdot 5 \cdot 2,1}{2} = 15,75 \text{ cm}^2$$

Ten en cuenta

Para calcular el área de una figura es necesario que todas las medidas estén expresadas en la misma unidad.

Ten en cuenta

En un cuadrado de lado l , el perímetro es $4l$, y el área, l^2 .

Ten en cuenta

La altura de un triángulo isósceles, tomando como base el lado desigual, coincide con la mediatriz de ese lado y lo divide en dos partes iguales.

Recuerda

Área de un polígono regular

$$A = \frac{P \cdot a}{2}$$

La **apotema**, a , es la distancia del centro del polígono regular al punto medio de cualquiera de sus lados.

Evaluación C

1. Calcula y expresa el resultado en la unidad de medida indicada.

a) $30 \text{ cm} + 55 \text{ mm} + 2,1 \text{ dm}$ en centímetros.

$$55 \text{ mm} = 5,5 \text{ cm} \quad 2,1 \text{ dm} = 21 \text{ cm}$$

$$30 \text{ cm} + 5,5 \text{ cm} + 21 \text{ cm} = 56,5 \text{ cm}$$

b) $0,85 \text{ km} + 23 \text{ hm} + 12 \text{ m}$ en metros.

$$0,85 \text{ km} = 850 \text{ m} \quad 23 \text{ hm} = 2\,300 \text{ m}$$

$$850 \text{ m} + 2\,300 \text{ m} + 12 = 3\,162 \text{ m}$$

Ten en cuenta

Para operar con medidas tienen que estar expresadas en la misma unidad.

2. Ordena estas superficies de mayor a menor.

$$0,3 \text{ km}^2$$

$$3\,000 \text{ m}^2$$

$$3 \text{ ha}$$

$$300\,000 \text{ dm}^2$$

$$30\,000\,000 \text{ mm}^2$$

$$0,3 \text{ km}^2 = 300\,000 \text{ m}^2 \quad 3 \text{ ha} = 30\,000 \text{ m}^2 \quad 300\,000 \text{ dm}^2 = 3\,000 \text{ m}^2 \quad 30\,000\,000 \text{ mm}^2 = 30 \text{ m}^2$$

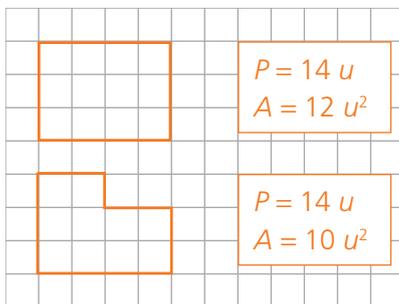
$$300\,000 \text{ m}^2 > 30\,000 \text{ m}^2 > 3\,000 \text{ m}^2 = 3\,000 \text{ m}^2 > 30 \text{ m}^2$$

$$0,3 \text{ km}^2 > 3 \text{ ha} > 3\,000 \text{ m}^2 = 300\,000 \text{ dm}^2 > 30\,000\,000 \text{ mm}^2$$

3. Dibuja.

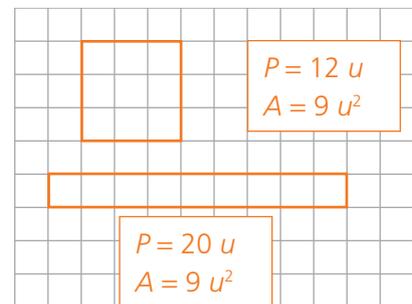
a) Dos polígonos con el mismo perímetro y distinta superficie.

Respuesta abierta. Por ejemplo:

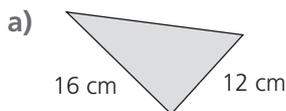


b) Dos polígonos con la misma superficie y distinto perímetro.

Respuesta abierta. Por ejemplo:



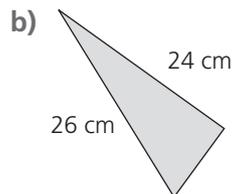
4. Calcula el perímetro y el área de los siguientes triángulos rectángulos.



$$x = \sqrt{16^2 + 12^2} = \sqrt{400} = 20 \text{ cm}$$

$$P = 16 + 12 + 20 = 48 \text{ cm}$$

$$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{12 \cdot 16}{2} = 96 \text{ cm}^2$$



$$x = \sqrt{26^2 - 24^2} = \sqrt{100} = 10 \text{ cm}$$

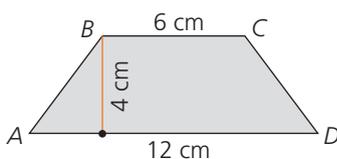
$$P = 26 + 24 + 10 = 60 \text{ cm}$$

$$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{24 \cdot 10}{2} = 120 \text{ cm}^2$$

Ten en cuenta

Aplica el teorema de Pitágoras para calcular el lado que falta.

5. Averigua el área y el perímetro de este trapecio isósceles.



$$12 - 6 = 6 \text{ cm} \quad 6 : 2 = 3 \text{ cm}$$

$$AB = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5 \text{ cm} \rightarrow P = 12 + 6 + 5 + 5 = 28 \text{ cm}$$

$$A = \frac{(B + b) \cdot h}{2} = \frac{(12 + 6) \cdot 4}{2} = 36 \text{ cm}^2$$

6. Calcula el área y el perímetro de un triángulo equilátero de 4 cm de lado. Utiliza la calculadora para calcular la altura y redondea el resultado a las décimas.

La altura divide al triángulo en dos triángulos rectángulos cuya base es la mitad de uno de los lados.

Aplicamos el teorema de Pitágoras para hallar la altura.

$$h^2 = 4^2 - 2^2 = 12 \rightarrow h = \sqrt{12} \approx 3,5 \text{ cm}^2$$

$$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{4 \cdot 3,5}{2} = 7 \text{ cm}^2$$

Ten en cuenta

En un triángulo equilátero la altura divide a la base en dos segmentos iguales.

7. Determina el área y el perímetro de un rombo cuya diagonal mayor mide 8 cm, y el lado, 5 cm.

$$P = 4 \cdot 5 = 20 \text{ cm}$$

Para calcular el área necesitamos conocer la diagonal menor.

Las diagonales dividen al rombo en 4 triángulos rectángulos iguales, cuya hipotenusa es el lado del rombo, y uno de los catetos, la mitad de la diagonal mayor. El otro cateto es la mitad de la diagonal menor. Aplicamos el teorema de Pitágoras.

$$x = \sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{25 - 16} = \sqrt{9} = 3 \text{ cm}$$

Entonces, la diagonal menor mide $2 \cdot 3 = 6 \text{ cm}$.

$$A = \frac{D \cdot d}{2} = \frac{8 \cdot 6}{2} = 24 \text{ cm}^2$$

Ten en cuenta

Las diagonales de un rombo son perpendiculares y se cortan en su punto medio, formando cuatro triángulos rectángulos.

8. Calcula el perímetro de un rectángulo que tiene una superficie de 32 m^2 y uno de sus lados mide 8 m.

El área del rectángulo es $A = b \cdot h$. Entonces: $32 = 8 \cdot x \rightarrow x = 32 : 8 = 4 \text{ cm}$

Los lados del rectángulo miden 8 cm y 4 cm.

$$P = 8 \cdot 2 + 4 \cdot 2 = 24 \text{ cm}$$

9. Halla el perímetro y el área de un hexágono regular de 3,5 cm de apotema, inscrito en una circunferencia de 4 cm de radio.

Sabemos que la longitud del radio de la circunferencia coincide con la medida del lado del hexágono. Entonces:

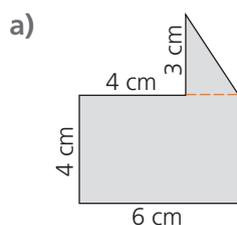
$$P = 6 \cdot l = 6 \cdot 4 = 24 \text{ cm}$$

$$A = \frac{P \cdot a}{2} = \frac{24 \cdot 3,5}{2} = \frac{84}{2} = 42 \text{ cm}^2$$

Ten en cuenta

El hexágono regular es el único polígono en el que la medida del lado coincide con el radio de la circunferencia circunscrita.

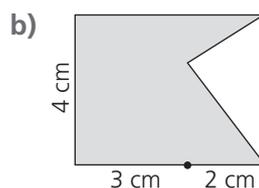
10. Calcula el área de las siguientes figuras.



$$A_{\text{Rectángulo}} = b \cdot h = 6 \cdot 4 = 24 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{Triángulo}} = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{2 \cdot 3}{2} = 3 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{Total}} = 24 + 3 = 27 \text{ cm}^2$$



$$A_{\text{Rectángulo}} = b \cdot h = 5 \cdot 4 = 20 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{Triángulo}} = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{4 \cdot 2}{2} = 4 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{Total}} = 20 - 4 = 16 \text{ cm}^2$$

Recuerda

El área de una figura plana compuesta se puede calcular descomponiendo la figura en otras cuyas áreas sean conocidas.

Evaluación D

1. Completa escribiendo la unidad o la cantidad según corresponda.

a) $300 \text{ cm} = 3 \text{ m}$

d) $0,04 \text{ m} = 40 \text{ mm}$

g) $0,5 \text{ km} = 50 \text{ dam}$

b) $2,6 \text{ km} = 2\,600 \text{ m}$

e) $320 \text{ mm} = 0,32 \text{ m}$

h) $230 \text{ mm} = 2,3 \text{ dm}$

c) $0,4 \text{ km} = 4 \text{ hm}$

f) $1\,200 \text{ cm} = 120 \text{ dm}$

i) $0,004 \text{ hm} = 40 \text{ cm}$

2. Opera y expresa el resultado en la unidad de medida indicada.

a) $0,2 \text{ km}^2 + 3 \text{ ha} + 1\,200 \text{ m}^2$ en metros cuadrados

$$200\,000 \text{ m}^2 + 30\,000 \text{ m}^2 + 1\,200 \text{ m}^2 = 231\,200 \text{ m}^2$$

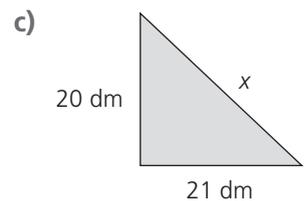
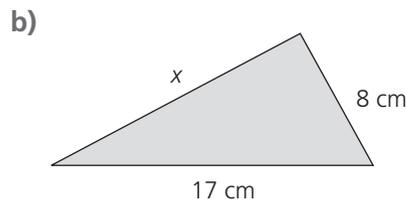
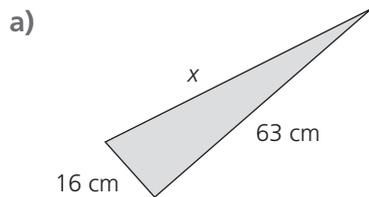
b) $18 \text{ cm}^2 - 150 \text{ mm}^2$ en centímetros cuadrados

$$18 \text{ cm}^2 - 1,5 \text{ cm}^2 = 16,5 \text{ cm}^2$$

3. Realiza los cambios de unidad propuestos y relaciona cada medida con una de las superficies.

$3\,000 \text{ dam}^2 = 30 \text{ hm}^2$	• Un mantel
$0,003 \text{ m}^2 = 30 \text{ cm}^2$	• Un piso
$19\,600 \text{ cm}^2 = 1,96 \text{ m}^2$	• Una hoja de árbol
$90\,000\,000 \text{ mm}^2 = 90 \text{ m}^2$	• Una finca

4. Calcula el lado desconocido de cada triángulo.

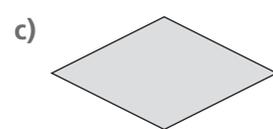
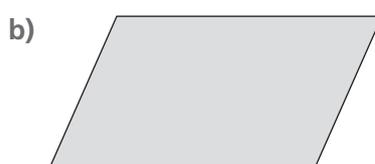
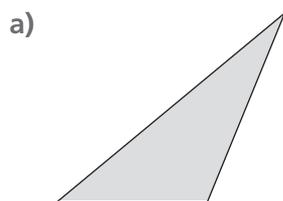


a) $x^2 = 63^2 + 16^2 = 3969 + 256 = 4\,225 \rightarrow x = \sqrt{4\,225} = 65 \text{ mm}$

b) $x^2 = 17^2 - 8^2 = 289 - 64 = 225 \rightarrow x = \sqrt{225} = 15 \text{ mm}$

c) $x^2 = 21^2 + 20^2 = 441 + 400 = 841 \rightarrow x = \sqrt{841} = 29 \text{ mm}$

5. Toma medidas y calcula el área de estos polígonos.

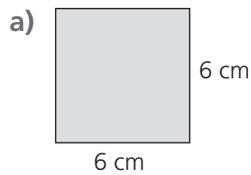


$$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{2 \cdot 2,5}{2} = 2,5 \text{ cm}^2$$

$$A = b \cdot h = 3,5 \cdot 2 = 7 \text{ cm}^2$$

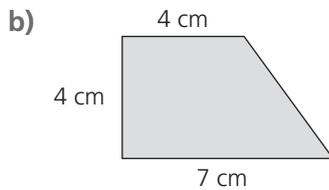
$$A = \frac{D \cdot d}{2} = \frac{3 \cdot 1,5}{2} = 2,25 \text{ cm}^2$$

6. Halla el perímetro y el área de las siguientes figuras.



a) $P = 4 \cdot l = 4 \cdot 6 = 24 \text{ cm}$

$A = l^2 = 6^2 = 36 \text{ cm}^2$



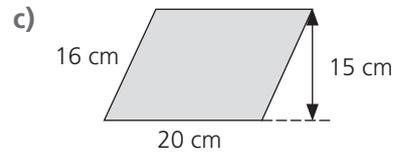
b) $x^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25 \rightarrow x = \sqrt{25} = 5 \text{ cm}$

$P = 7 + 4 + 4 + 5 = 20 \text{ cm}$

$A = \frac{(B + b) \cdot h}{2} = \frac{(7 + 4) \cdot 4}{2} = 22 \text{ cm}^2$

c) $P = 20 \cdot 2 + 16 \cdot 2 = 40 + 32 = 72 \text{ cm}$

$A = b \cdot h = 20 \cdot 15 = 300 \text{ cm}^2$



7. Calcula.

a) El área de un hexágono regular de 12 cm de lado cuya apotema mide 10,4 cm.

$A = \frac{P \cdot a}{2} = \frac{6 \cdot 12 \cdot 10,4}{2} = 374,4 \text{ cm}^2$

b) El perímetro de un cuadrado de 25 m² de área.

Calculamos la medida del lado: $A = l^2 = 25 \rightarrow l = \sqrt{25} = 5 \text{ m}$ $P = 4 \cdot l = 4 \cdot 5 = 20 \text{ cm}$

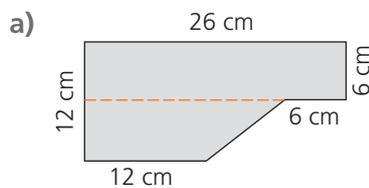
c) El área de un triángulo isósceles cuyo lado desigual mide 80 cm y tiene un perímetro de 180 cm.

$x + x + 80 = 180 \rightarrow 2x = 100 \rightarrow x = 50 \text{ cm}$

Aplicamos el teorema de Pitágoras para hallar la altura del triángulo.

$h^2 = 50^2 - 40^2 = 2\,500 - 1\,600 = 900 \rightarrow h = \sqrt{900} = 30 \text{ cm}$ $A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{80 \cdot 30}{2} = 1\,200 \text{ cm}^2$

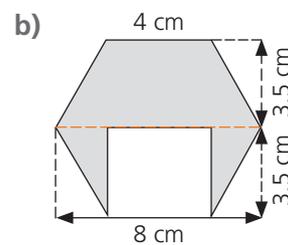
8. Halla el área de estas figuras.



$A_{\text{Rectángulo}} = b \cdot h = 26 \cdot 6 = 156 \text{ cm}^2$

$A_{\text{Trapezio}} = \frac{(B + b) \cdot h}{2} = \frac{(20 + 12) \cdot 6}{2} = 96 \text{ cm}^2$

$A_{\text{Total}} = 156 + 96 = 252 \text{ cm}^2$



$A_{\text{Trapezio}} = \frac{(B + b) \cdot h}{2} = \frac{(8 + 4) \cdot 3,5}{2} = 21 \text{ cm}^2$

$A_{\text{Rectángulo}} = b \cdot h = 4 \cdot 3,5 = 14 \text{ cm}^2$

$A_{\text{Total}} = 2 \cdot 21 - 14 = 28 \text{ cm}^2$

9. Un terreno rectangular mide 30 m de largo y 25 m de ancho. Si el metro cuadrado cuesta 120 €, ¿cuál es su precio?

$A_{\text{Terreno}} = b \cdot h = 30 \cdot 25 = 750 \text{ m}^2$ $750 \cdot 120 = 90\,000$

El precio del terreno es 90 000 €.

10. Para ir de un punto a otro de un parque hay que caminar 900 m en línea recta por un sendero y luego coger otro perpendicular a él durante 1,2 km. ¿Qué distancia recortaríamos si cruzáramos el parque en línea recta para ir de un punto a otro?

La distancia de un punto a otro es la hipotenusa del triángulo cuyos catetos son los senderos.

Recorriendo los catetos caminamos: 900 m + 1,2 km = 900 m + 1 200 m = 2 100 m

Si vamos por la hipotenusa andamos: $x = \sqrt{900^2 + 1\,200^2} = 1\,500 \text{ m}$

Recortaríamos 2 100 – 1 500 = 600 m.

CIRCUNFERENCIAS Y CÍRCULOS

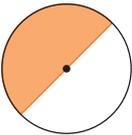
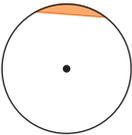
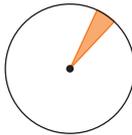
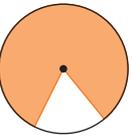
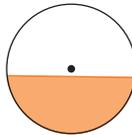
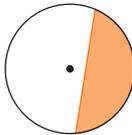
Evaluación A

1. Escribe las definiciones de estos términos.

- Circunferencia: Línea cerrada y plana cuyos puntos están a la misma distancia de otro punto llamado centro.
- Centro de una circunferencia: Punto que se encuentra a la misma distancia de todos los puntos de la circunferencia.
- Radio: Segmento que une cualquier punto de la circunferencia con el centro.
- Diámetro: Segmento que une dos puntos de la circunferencia pasando por el centro.
- Cuerda: Segmento que une dos puntos de la circunferencia.
- Arco: Parte de la circunferencia comprendida entre dos de sus puntos.

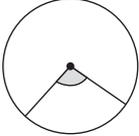
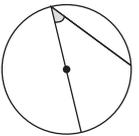
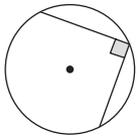
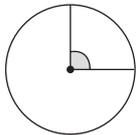
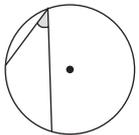


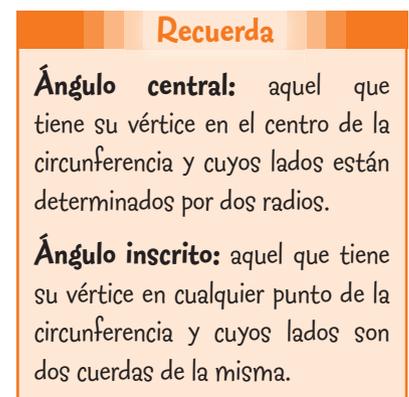
2. Indica el nombre de las siguientes figuras circulares.

a) 	c) 	e) 
Semicírculo	Segmento circular	Sector circular
b) 	d) 	f) 
Sector circular	Segmento circular	Segmento circular

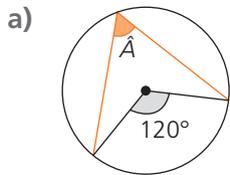


3. Clasifica los siguientes ángulos en la circunferencia en ángulos centrales y ángulos inscritos.

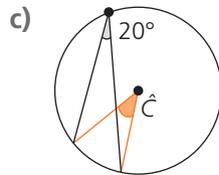
a) 	c) 	e) 
Central	Inscrito	Inscrito
b) 	d) 	f) 
Central	Central	Inscrito



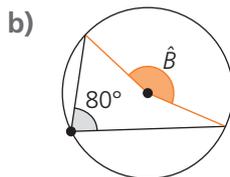
4. Averigua la amplitud del ángulo desconocido.



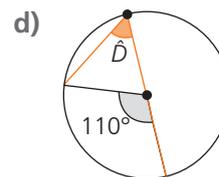
$$\hat{A} = 60^\circ$$



$$\hat{C} = 40^\circ$$



$$\hat{B} = 160^\circ$$



$$\hat{D} = 55^\circ$$

5. Indica la posición de cada punto en relación a una circunferencia de 3 cm de radio.

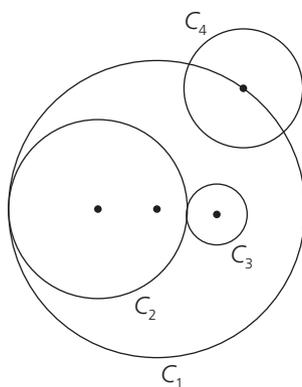
■ Un punto que está a 2 cm del centro de la circunferencia

es **interior a la circunferencia**.

■ Un punto que está a 4 cm del centro de la circunferencia

es **exterior a la circunferencia**.

6. Indica la posición relativa de cada par de circunferencias.



a) C_2 es **tangente interior** a C_1 .

b) C_1 y C_4 son **secantes**.

c) C_2 es **exterior** a C_4 .

d) C_3 es **tangente exterior** a C_2 .

e) C_3 es **interior** a C_1 .

7. Calcula la longitud de una circunferencia de 3 cm de radio y el área del círculo que delimita.

$$L = 2 \cdot \pi \cdot r = 2 \cdot 3,14 \cdot 3 = 18,84 \text{ cm}$$

$$A = \pi \cdot r^2 = 3,14 \cdot 3^2 = 28,26 \text{ cm}^2$$

8. Halla el número de vueltas que tiene que dar una rueda de 15 cm de radio para avanzar 1 km.

Calculamos la distancia que recorre la rueda en una vuelta.

$$L = 2 \cdot \pi \cdot r = 2 \cdot 3,14 \cdot 15 = 94,2 \text{ cm} = 0,942 \text{ m}$$

$$1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$$

$$1000 : 0,942 = 1061,6$$

Tiene que dar 1061,6 vueltas.

Recuerda

La medida de cualquier ángulo inscrito es la mitad de la amplitud del ángulo central correspondiente.

Recuerda

Punto **exterior** a la circunferencia: la distancia del punto al centro es mayor que la longitud del radio.

Punto **sobre** la circunferencia: la distancia del punto al centro es igual que la longitud del radio.

Punto **interior** a la circunferencia: la distancia del punto al centro es menor que la longitud del radio.

Recuerda

Dos circunferencias pueden ser:

Secantes

Dos puntos de corte



Tangentes

Un punto de corte

T. exterior

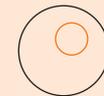


T. interior



Interiores

Sin puntos de corte



Exteriores

Sin puntos de corte



Recuerda

Longitud de una circunferencia: $L = 2 \cdot \pi \cdot r$

Área de un círculo: $A = \pi \cdot r^2$

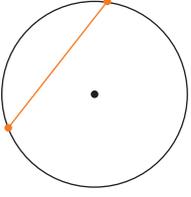
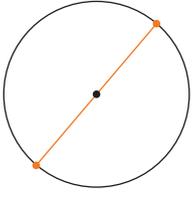
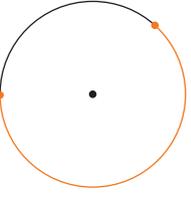
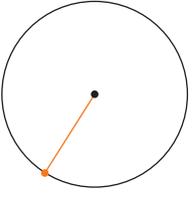
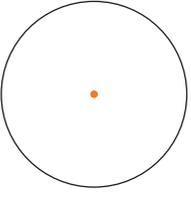
siendo $\pi \approx 3,14$.

Ten en cuenta

La rueda avanza en cada vuelta una distancia igual a la longitud de una circunferencia de radio igual al de la rueda.

Evaluación B

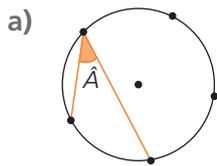
1. Nombra el elemento marcado en naranja en cada circunferencia.

a) 	b) 	c) 	d) 	e) 
<input type="text" value="Cuerda"/>	<input type="text" value="Diámetro"/>	<input type="text" value="Arco"/>	<input type="text" value="Radio"/>	<input type="text" value="Centro"/>

2. Indica el nombre de la figura circular descrita.

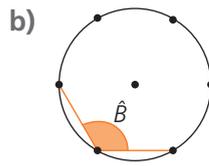
<input type="text" value="Región del círculo determinado por dos radios que no forman 180°."/>	<input type="text" value="Región del círculo limitada por un diámetro."/>	<input type="text" value="Región del círculo limitada por una cuerda y su arco."/>
<input type="text" value="Sector circular"/>	<input type="text" value="Semicírculo"/>	<input type="text" value="Segmento circular"/>

3. Las siguientes circunferencias se han dividido en arcos iguales. Deduce la medida de los ángulos inscritos dibujados.



$$\text{Ángulo central} = \frac{360^\circ}{5} = 72^\circ$$

$$\hat{A} = 72^\circ : 2 = 36^\circ$$



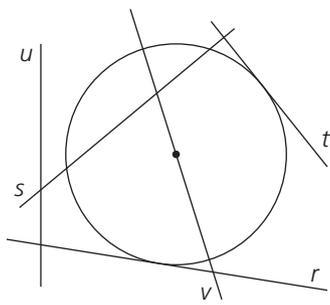
$$\text{Ángulo central} = \frac{360^\circ}{6} = 60^\circ$$

$$\hat{B} = 60^\circ \cdot 4 : 2 = 240^\circ : 2 = 120^\circ$$

Ten en cuenta

Si una circunferencia se divide en n arcos iguales, el ángulo central que abarca cada arco mide $\frac{360^\circ}{n}$.

4. Indica la posición relativa de cada recta en relación a la circunferencia.



a) v es	<input type="text" value="secante"/>
b) t es	<input type="text" value="tangente"/>
c) u es	<input type="text" value="exterior"/>
d) r es	<input type="text" value="tangente"/>
e) s es	<input type="text" value="secante"/>

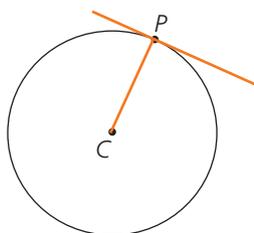
Recuerda

Recta **exterior** a la circunferencia: la distancia de la recta al centro es mayor que la longitud del radio.

Recta **tangente** a la circunferencia: la distancia de la recta al centro es igual que la longitud del radio.

Recta **secante** a la circunferencia: la distancia de la recta al centro es menor que la longitud del radio.

5. Dibuja una recta tangente a la circunferencia de centro C que pase por el punto P .



Ten en cuenta

Para que una recta sea tangente a una circunferencia, el radio que une el centro de la circunferencia con el punto de corte de ambas tiene que ser perpendicular a la recta.

6. Los centros de dos circunferencias están a una distancia de 5 cm. El radio de una de ellas mide 3 cm. ¿Qué medida tiene el radio de la otra si son tangentes exteriores?

Como las circunferencias son tangentes exteriores, la distancia entre los centros tiene que ser igual a la suma de los radios.

$$5 = 3 + x \rightarrow x = 2 \text{ cm}$$

Ten en cuenta

Si dos circunferencias son tangentes exteriores, la distancia entre sus centros es igual a la suma de sus radios.

7. Calcula la longitud de estas circunferencias y el área del círculo que delimitan.

a) Circunferencia de 4 cm de radio

b) Circunferencia de 12 cm de diámetro

a) $L = 2 \cdot \pi \cdot r = 2 \cdot 3,14 \cdot 4 = 25,12 \text{ cm}$

$$A = \pi \cdot r^2 = 3,14 \cdot 4^2 = 50,24 \text{ cm}^2$$

b) $r = 12 : 2 = 6 \text{ cm}$

$$L = 2 \cdot \pi \cdot r = 2 \cdot 3,14 \cdot 6 = 37,68 \text{ cm}$$

$$A = \pi \cdot r^2 = 3,14 \cdot 6^2 = 113,04 \text{ cm}^2$$

8. Halla la longitud del arco y el área del sector circular delimitados por dos radios de 4 m que forman un ángulo de 36° .

$$L = \frac{n^\circ \cdot 2 \cdot \pi \cdot r}{360^\circ} = \frac{36^\circ \cdot 2 \cdot 3,14 \cdot 4}{360^\circ} = 2,512 \text{ m}$$

$$A = \frac{n^\circ \cdot \pi \cdot r^2}{360^\circ} = \frac{36^\circ \cdot 3,14 \cdot 4^2}{360^\circ} = 5,024 \text{ m}^2$$

Recuerda

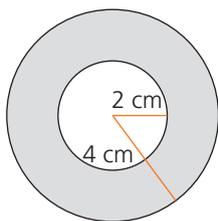
La **longitud de un arco** de radio r y n° de amplitud es:

$$L = \frac{n^\circ \cdot 2 \cdot \pi \cdot r}{360^\circ}$$

El **área de un sector circular** de radio r y n° de amplitud es:

$$A = \frac{n^\circ \cdot \pi \cdot r^2}{360^\circ}$$

9. Calcula el área de esta figura circular.



Calculamos el área del círculo grande.

$$A_{\text{C grande}} = \pi \cdot R^2 = 3,14 \cdot 4^2 = 50,24 \text{ cm}^2$$

Hallamos el área del círculo pequeño.

$$A_{\text{C pequeño}} = \pi \cdot r^2 = 3,14 \cdot 2^2 = 12,56 \text{ cm}^2$$

Restamos las áreas para calcular el área de la corona circular.

$$A_{\text{Corona}} = 50,24 - 12,56 = 37,68 \text{ cm}^2$$

Ten en cuenta

El área de una corona circular es el área del círculo de mayor radio, R , menos la del círculo de menor radio, r .

10. Determina el área de un círculo inscrito en un cuadrado de 4 cm de lado.

Como la longitud del lado del cuadrado es 4 cm, el radio del círculo mide 2 cm.

$$A = \pi \cdot r^2 = 3,14 \cdot 2^2 = 12,56 \text{ cm}^2$$

Ten en cuenta

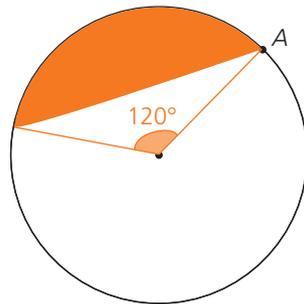
El radio del círculo inscrito en un cuadrado mide la mitad del lado del cuadrado.

Evaluación C

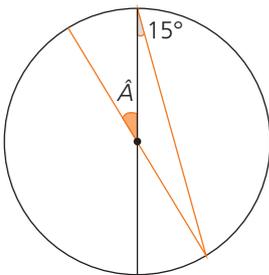
1. Contesta a estas preguntas razonadamente.

- a) ¿Cuál es la mayor distancia entre dos puntos de una circunferencia de 4 cm de radio?
La cuerda de mayor tamaño es el diámetro. Luego la distancia mayor son 8 cm.
- b) ¿Cuál es la posición relativa de un punto que dista 4 cm del centro de una circunferencia de 5 m de radio?
El punto es interior a la circunferencia ya que está a menor distancia de lo que mide el radio.
- c) ¿Cuál es la distancia de cualquier punto de una circunferencia de 2,8 cm de diámetro al centro?
1,4 cm. La distancia es igual al radio que es la mitad del diámetro: $2,8 : 2 = 1,4$ cm.
- d) Un segmento de 3 cm de longitud que une dos puntos de una circunferencia de 2 cm de radio, ¿pasa por el centro de la circunferencia?
No, para pasar por el centro tendría que ser un diámetro y medir el doble que el radio.

2. Dibuja un segmento circular donde uno de los extremos sea el punto A y el arco se corresponda con el que abarca un ángulo central de 120° .



3. Deduce razonadamente la amplitud del ángulo \hat{A} .

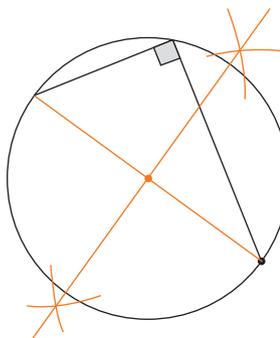
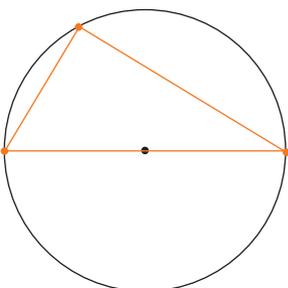


El ángulo central opuesto a \hat{A} y el ángulo inscrito de 15° abarcan el mismo arco. Por tanto ese ángulo central mide 30°

El ángulo \hat{A} mide lo mismo que el ángulo central anterior por ser opuestos por el vértice. Por tanto, \hat{A} mide 30° .

4. Dibuja el elemento indicado en cada caso.

- a) Un ángulo inscrito de 90°
- b) El centro de la circunferencia



Ten en cuenta
 A un ángulo central llano le corresponde un ángulo inscrito recto.

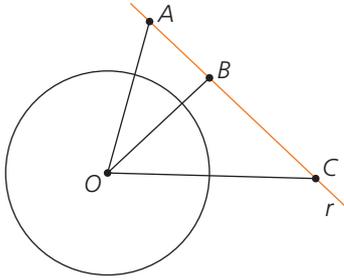
5. Una circunferencia de 6 cm de radio contiene en su interior a otra de 2 cm de radio. ¿A qué distancia deben estar sus centros para que esta última sea tangente interior a la primera?

Para que la circunferencia de 2 cm de radio sea tangente interior a otra de 6 cm, la distancia entre sus centros debe ser igual a la diferencia entre los radios. Por tanto, la distancia entre los centros es $6 - 2 = 4$ cm.

Ten en cuenta

Para que dos circunferencias sean tangentes interiores, la distancia entre sus centros tiene que ser igual a la diferencia de sus radios.

6. Indica cuál de estos segmentos sirven para medir la distancia de la recta r al centro de la circunferencia, O .



Ten en cuenta

La distancia de un punto a una recta se mide sobre la perpendicular a la recta que pasa por el punto.

El segmento OB es la distancia del centro de la circunferencia a la recta r .

7. Calcula el área de un círculo delimitado por una circunferencia de 37,68 m de longitud.

Calculamos el radio de la circunferencia aplicando la fórmula de la longitud de la circunferencia.

$$L = 2 \cdot \pi \cdot r \rightarrow 37,68 = 2 \cdot 3,14 \cdot r \rightarrow r = \frac{37,68}{2 \cdot 3,14} = 6 \text{ m}$$

Hallamos el área del círculo de 6 m de radio: $A = \pi \cdot r^2 = 3,14 \cdot 6^2 = 113,04 \text{ m}^2$

8. Halla el perímetro y el área de un semicírculo cuyo diámetro mide 12 cm.

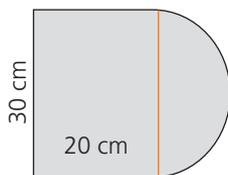
El perímetro de un semicírculo es la mitad de la longitud de la circunferencia de radio $12 : 2 = 6$ cm más el diámetro de la circunferencia.

$$L_{\text{Semicírculo}} = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{2} = \pi \cdot r = 3,14 \cdot 6 = 18,84 \text{ cm}; P = 18,84 + 12 = 30,84 \text{ cm}$$

El área del semicírculo es la mitad del círculo de radio 6 cm.

$$A = \frac{\pi \cdot r^2}{2} = \frac{3,14 \cdot 6^2}{2} = 56,52 \text{ cm}^2$$

9. Calcula el perímetro y el área de esta figura.



$$L_{\text{Semicírculo}} = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{2} = \pi \cdot r = 3,14 \cdot 15 = 47,1 \text{ cm}$$

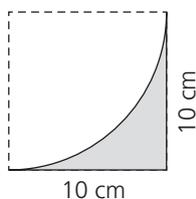
$$P = 20 \cdot 2 + 30 + 47,1 = 117,1 \text{ cm}$$

$$A_{\text{Rectángulo}} = b \cdot h = 20 \cdot 30 = 600 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{Semicírculo}} = \frac{\pi \cdot r^2}{2} = \frac{3,14 \cdot 15^2}{2} = 353,25 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{Figura}} = 600 + 353,25 = 953,25 \text{ cm}^2$$

10. Averigua el área de esta figura.



$$A_{\text{Cuadrado}} = l^2 = 10 \cdot 10 = 100 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{Sector circular}} = \frac{\pi \cdot r^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 10^2}{4} = 78,5 \text{ cm}^2$$

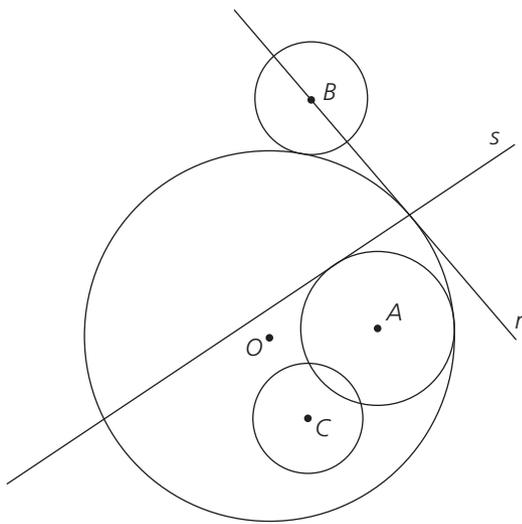
$$A_{\text{Figura}} = 100 - 78,5 = 21,5 \text{ cm}^2$$

Evaluación D

1. Escribe la definición de estos términos.

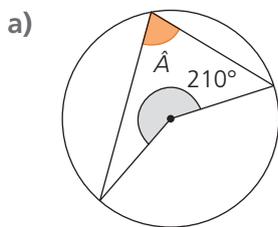
- a) Punto interior a una circunferencia:
Punto que está a una distancia del centro de la circunferencia menor que el radio.
- b) Sector circular:
Región del círculo limitada por dos radios y el arco comprendido entre ellos.
- c) Segmento circular:
Región del círculo limitada por una cuerda y el arco de circunferencia comprendido entre sus extremos.
- d) Ángulo inscrito en una circunferencia:
Ángulo cuyo vértice es un punto de la circunferencia.

2. Indica la posición relativa de estos elementos.

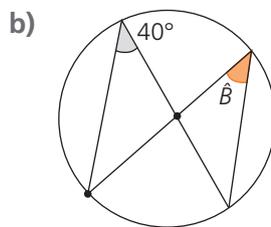


- a) El punto O y la circunferencia de centro A .
El punto O es exterior a la circunferencia.
- b) La recta s y la circunferencia de centro A .
La recta s es tangente a la circunferencia.
- c) Las circunferencias de centros A y C .
Son secantes.
- d) Las circunferencias de centros B y O .
Son tangentes exteriores.
- e) La recta r y la circunferencia de centro B .
La recta r es secante a la circunferencia.
- f) El punto A y la circunferencia de centro O .
El punto A es interior a la circunferencia.
- g) La recta r y la circunferencia de centro C .
La recta r es exterior a la circunferencia.
- h) Las circunferencias de centro O y A .
Son tangentes interiores.

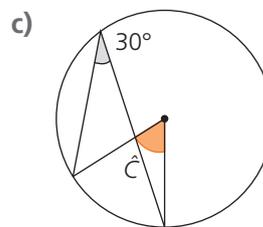
3. Deduce la amplitud del ángulo desconocido.



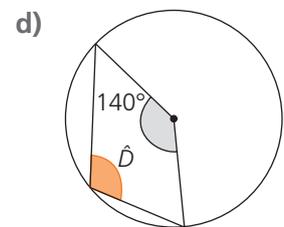
$$\hat{A} = (360^\circ - 210^\circ) : 2 = 75^\circ$$



$$\hat{B} = 40^\circ$$

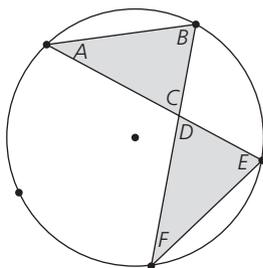


$$\hat{C} = 30^\circ \cdot 2 = 60^\circ$$



$$\hat{D} = (220^\circ) : 2 = 110^\circ$$

4. Esta circunferencia está dividida en cinco arcos iguales. Averigua razonadamente la amplitud de los ángulos de los dos triángulos dibujados.



Cada arco se corresponde con un ángulo central de $360^\circ : 5 = 72^\circ$.

Los ángulos inscritos \hat{B} y \hat{E} son iguales porque abarcan el mismo arco, correspondiente a un ángulo central de $72^\circ \cdot 2 = 144^\circ$. Así: $\hat{B} = \hat{E} = 72^\circ$

Los ángulos inscritos \hat{A} y \hat{F} son iguales, y abarcan un arco correspondiente a un ángulo central de 72° . Por tanto: $\hat{A} = \hat{F} = 36^\circ$

\hat{C} y \hat{D} son iguales por ser opuestos por el vértice y tienen que sumar 180° con los otros dos ángulos del triángulo. Así: $\hat{C} = \hat{D} = 180^\circ - (72^\circ + 36^\circ) = 72^\circ$

5. Indica la posición relativa de las circunferencias en cada caso.

- a) Los radios de las circunferencias miden 4 cm y 6 cm, y la distancia entre sus centros es de 10 cm.
Son circunferencias tangentes exteriores.
- b) La distancia entre los centros de las circunferencias es 7 cm y los radios miden 3 cm y 1 cm, respectivamente.
Son circunferencias externas.
- c) Los radios de las circunferencias miden 4 cm y 3 cm, y la distancia entre sus centros es 2 cm.
Son circunferencias secantes.
- d) La distancia entre los centros es 4 cm y sus radios miden 6 cm y 2 cm, respectivamente.
Son circunferencias tangentes interiores.

6. Calcula la longitud de la circunferencia y el área del círculo que delimita. Expresa los resultados redondeando a centímetros y centímetros cuadrados, respectivamente.

- a) Circunferencia de 18 cm de diámetro.
- b) Circunferencia de 40 mm de radio.

a) $r = 18 : 2 = 9 \text{ cm}$

$$L = 2 \cdot \pi \cdot r = 2 \cdot 3,14 \cdot 9 = 56,52 \text{ cm} \approx 57 \text{ cm}$$

$$A = \pi \cdot r^2 = 3,14 \cdot 9^2 = 254,34 \text{ cm}^2 \approx 254 \text{ cm}^2$$

b) $L = 2 \cdot \pi \cdot r = 2 \cdot 3,14 \cdot 40 = 251,2 \text{ mm} = 25,12 \text{ cm} \approx 25 \text{ cm}$

$$A = \pi \cdot r^2 = 3,14 \cdot 40^2 = 5024 \text{ mm}^2 = 50,24 \text{ cm}^2 \approx 50 \text{ cm}^2$$

7. Halla el área de un sector circular de 60° de amplitud sabiendo que el arco que lo determina mide 12,56 m.

Calculamos el radio aplicando la fórmula de la longitud de un arco de circunferencia.

$$L = \frac{n^\circ \cdot 2 \cdot \pi \cdot r}{360^\circ} \rightarrow 12,56 = \frac{60 \cdot 2 \cdot 3,14 \cdot r}{360} \rightarrow r = 12 \text{ m}$$

$$\text{Hallamos el área del sector circular: } A = \frac{n^\circ \cdot \pi \cdot r^2}{360^\circ} = \frac{60 \cdot 3,14 \cdot 12^2}{360} = 75,36 \text{ m}^2$$

8. Alrededor de una piscina circular de 3 m de diámetro queremos colocar una franja de 50 cm de ancho de césped. ¿Cuántos metros cuadrados de césped tenemos que plantar?

Hallamos el área del círculo grande formado por la piscina y el césped.

$$50 \text{ cm} = 0,5 \text{ m}; A_{\text{C grande}} = \pi \cdot R^2 = 3,14 \cdot (1,5 + 0,5)^2 = 3,14 \cdot 2^2 = 12,56 \text{ m}^2$$

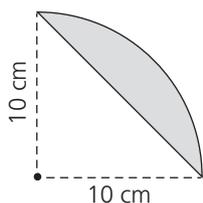
$$\text{Calculamos el área de la piscina: } A_{\text{C pequeño}} = \pi \cdot r^2 = 3,14 \cdot 1,5^2 = 7,065 \text{ m}^2$$

Restamos las áreas para calcular el área de la zona de césped (corona circular).

$$A_{\text{Césped}} = 12,56 - 7,065 = 5,495 \text{ m}^2$$

Tenemos que plantar 5,495 m² de césped.

9. Calcula el área de la siguiente figura.



$$A_{\text{Sector circular}} = \frac{\pi \cdot r^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 10^2}{4} = 78,5 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{Triángulo}} = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{10 \cdot 10}{2} = 50 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{Figura}} = 78,5 - 50 = 28,5 \text{ cm}^2$$

10. En una quesería envasan los quesos de base circular de 8 cm de radio en cajas de base cuadrada de 16 cm de lado. ¿Qué superficie de la base de la caja queda sin cubrir?

$$A_{\text{Círculo}} = \pi \cdot r^2 = 3,14 \cdot 8^2 = 200,96 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{Cuadrado}} = l^2 = 16^2 = 256 \text{ cm}^2$$

$$256 - 200,96 = 55,04 \text{ cm}^2$$

Quedan sin cubrir 55,04 cm² de la base de la caja.

PRUEBA FINAL DE CURSO

Evaluación A

1. Obtén el mínimo común múltiplo y el máximo común divisor de 120 y 252.

120		2	252		2	$120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$
60		2	126		2	$252 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 7$
30		2	63		3	
15		3	21		3	m.c.m. (120, 252) = $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 = 2\,520$
5		5	7		7	m.c.d. (120, 252) = $2^2 \cdot 3 = 12$
1		1	1		1	

2. Calcula el valor de las siguientes expresiones.

a) $3 + 2^2 - (12 - 2 \cdot 4) = 3 + 4 - (12 - 8) = 3 + 4 - 4 = 3$
b) $(3 - 2 \cdot 4) \cdot (-2) - 18 : (-1 - 5) = (3 - 8) \cdot (-2) - 18 : (-6) = 10 + 3 = 13$
c) $-14 - 2 \cdot (1 - 6) - (-6 + 3) = -14 - 2 \cdot (-5) - (-3) = -14 + 10 + 3 = -1$
d) $3^3 - \sqrt{16} - (8 - 6 \cdot 2) = 27 - 4 - (8 - 12) = 27 - 4 + 4 = 27$
e) $3,4 - 0,8 \cdot 1,2 + 0,12 : 0,6 = 3,4 - 0,96 + 0,2 = 2,64$

3. Opera.

a) $\frac{3}{4} + \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{4}\right) : \frac{5}{6} = \frac{3}{4} + \left(\frac{8}{12} - \frac{3}{12}\right) : \frac{5}{6} = \frac{3}{4} + \frac{5}{12} : \frac{5}{6} = \frac{3}{4} + \frac{30}{60} = \frac{3}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{4} + \frac{2}{4} = \frac{5}{4}$
b) $\left(\frac{2}{5} + 2\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{4}\right) - 2 : \frac{2}{3} = \left(\frac{2}{5} + \frac{10}{5}\right) \cdot \left(\frac{4}{4} + \frac{1}{4}\right) - \frac{6}{2} = \frac{12}{5} \cdot \frac{5}{4} - 3 = \frac{60}{20} - 3 = 3 - 3 = 0$

4. Expresa las siguientes fracciones en forma de número decimal.

a) $\frac{9}{4} = \boxed{2,25}$

9		4
10		2,25
20		
0		

b) $\frac{7}{12} = \boxed{0,58\overline{3}}$

7		12
70		0,5833...
100		
40		
40		
4		

5. El lunes se vendieron 1 200 entradas para un concierto, que representan las dos quintas partes del total de las entradas. ¿Cuántas quedan por vender?

$\frac{2}{5}$ de $x = 1\,200 \rightarrow x = 1\,200 : 2 \cdot 5 = 3\,000$ entradas
 $3\,000 - 1\,200 = 1\,800$
Quedan 1 800 entradas por vender.

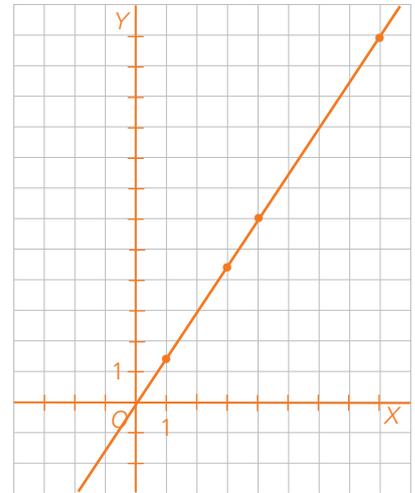
6. Resuelve las siguientes ecuaciones de primer grado.

a) $3(x - 2) = 2x$
 $3x - 6 = 2x$
 $3x - 2x = 6$
 $x = 6$

b) $3x + 6 - (5 - x) = 2x - 3(2x + 1)$
 $3x + 6 - 5 + x = 2x - 6x - 3$
 $3x + x - 2x + 6x = -3 - 6 + 5$
 $8x = -4 \quad x = -\frac{4}{8} = -\frac{1}{2}$

7. Completa esta tabla para que las magnitudes A y B sean directamente proporcionales. Después, responde a las cuestiones planteadas.

A	1	3	4	8
B	1,5	4,5	6	12



- a) ¿Cuál es la constante de proporcionalidad directa?
 Constante de proporcionalidad = 1,5
- b) Escribe la ecuación de la función que relaciona las dos magnitudes.
 $y = 1,5x$
- c) Representa gráficamente esa relación.
 Representamos la magnitud A en el eje X, y la B en el eje Y.

8. En una tienda de ropa hacen, en época de rebajas, el 30 % de descuento en los precios de todas las prendas.

- a) Averigua el precio rebajado de un pantalón que costaba 60 €.
 $60 \cdot 0,7 = 42 \text{ €}$
 El precio rebajado es 42 €.
- b) ¿Cuánto dinero ahorramos si compramos en rebajas una camisa que costaba 40 €?
 $40 \cdot 0,3 = 12 \text{ €}$
 Ahorramos 12 €.
- c) Averigua qué precio tenía un jersey antes de las rebajas si su precio rebajado es 17,50 €.
 $0,7x = 17,50 \rightarrow x = 17,50 : 0,7 = 25 \text{ €}$
 El precio del jersey era 25 €.

9. Estas son las temperaturas máximas de una ciudad durante 15 días seguidos. Averigua la temperatura media, la mediana y la moda.

6° 6° 8° 7° 6° 8° 10° 8° 9° 10° 8° 7° 8° 7° 9°

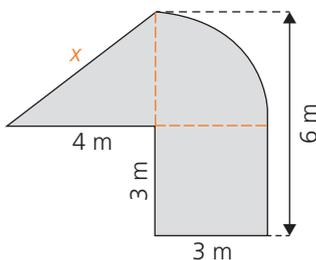
Temperatura (°C)	6	7	8	9	10
N.º de días	3	3	5	2	2

$$\text{Media} = \frac{6 \cdot 3 + 7 \cdot 3 + 8 \cdot 5 + 9 \cdot 2 + 10 \cdot 2}{15} = 7,8 \text{ °C}$$

$$\text{Moda} = 8^\circ$$

$$\text{Mediana} = 8^\circ$$

10. Averigua el perímetro y el área de esta figura.



Calculamos la longitud de la hipotenusa del triángulo rectángulo.

$$x = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5 \text{ m}$$

$$\text{Longitud del arco} = 2 \cdot \pi \cdot r : 4 = 2 \cdot 3,14 \cdot 3 : 4 = 4,71 \text{ m}$$

$$P = 3 \cdot 3 + 4,71 + 5 + 4 = 22,71 \text{ m}$$

$$\text{Área cuadrado} = l^2 = 9 \text{ m}^2$$

$$\text{Área triángulo} = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{4 \cdot 3}{2} = 6 \text{ m}^2$$

$$\text{Área Sector} = \frac{\pi \cdot r^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 3^2}{4} = 7,065 \text{ m}^2$$

$$\text{Área figura} = 9 + 6 + 7,065 = 22,065 \text{ m}^2$$

Evaluación B

1. Resuelve estos problemas.

- a) Un letrero luminoso contiene luces azules, verdes y rojas. Las azules parpadean cada 10 s, las verdes cada 12 s, y las rojas, cada 8 s. Si acaban de encenderse los tres colores a la vez, ¿dentro de cuánto tiempo volverán a hacerlo?

Calculamos el mínimo común múltiplo de 10, 12 y 8.

$$10 = 2 \cdot 5$$

$$12 = 2^2 \cdot 3 \quad \text{m.c.m. (8, 10, 12)} = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 = 120$$

$$8 = 2^3$$

Los tres colores volverán a parpadear a la vez dentro de 120 s.

- b) Queremos cortar dos listones de 168 cm y 140 cm en trozos del mismo tamaño sin que sobre nada de ninguno de los dos listones. ¿Cuál es el menor número de trozos que se puede hacer de cada listón?

Los trozos tienen que tener la mayor longitud posible y esta tiene que ser divisor de 168 y 140.

$$\begin{array}{r|l}
 168 & 2 \\
 84 & 2 \\
 42 & 2 \\
 21 & 3 \\
 7 & 7 \\
 1 &
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r|l}
 140 & 2 \\
 70 & 2 \\
 35 & 5 \\
 7 & 7 \\
 1 &
 \end{array}
 \quad
 \text{m.c.d. (168, 140)} = 2^2 \cdot 7 = 28$$

El listón de 168 cm se dividirá en 6 trozos de 28 cm, y el de 140 cm, en 5 trozos de 28 cm.

2. Calcula.

a) $3 - 2^2 + 3 \cdot (2 \cdot 3^2 - 3 \cdot 5) = 3 - 4 + 3 \cdot (2 \cdot 9 - 15) = 3 - 4 + 3 \cdot 3 = 3 - 4 + 9 = 8$

b) $6 + 2 \cdot (-1 - 4) - (3 - 6) \cdot (-1 + 6) = 6 + 2 \cdot (-5) - (-3) \cdot 5 = 6 - 10 + 15 = 11$

c) $\frac{2}{3} + \frac{1}{2} : \frac{3}{2} - \left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot 2 = \frac{2}{3} + \frac{2}{6} - \frac{1}{2} \cdot 2 = \frac{2}{3} + \frac{1}{3} - 1 = 1 - 1 = 0$

d) $\left(\frac{7}{6} - 1\right) : \left(1 + \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{2}{4} - \frac{1}{8}\right) = \frac{1}{6} : \frac{4}{3} + \frac{3}{8} = \frac{3}{24} + \frac{3}{8} = \frac{1}{8} + \frac{3}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

e) $1,23 - 0,2 \cdot 3 + 0,18 : 0,6 = 1,23 - 0,6 + 0,3 = 0,93$

3. Redondea a las milésimas el cociente de $0,23 : 3,6$.

$$\begin{array}{r}
 0,23 : 3,6 \rightarrow 2,3 \quad \begin{array}{r} \underline{36} \\ 230 \\ 140 \\ 320 \\ 32 \end{array} \rightarrow 0,23 : 3,6 = 0,064
 \end{array}$$

4. En una academia de idiomas la tres quintas partes de los alumnos estudian inglés, la cuarta parte francés, la octava parte alemán y el resto, 10 alumnos, otros idiomas. ¿Cuántos alumnos estudian inglés?

Fración de alumnos que estudian inglés, francés y alemán: $\frac{3}{5} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{24}{40} + \frac{10}{40} + \frac{5}{40} = \frac{39}{40}$

Fración de alumnos que estudia otros idiomas: $\frac{1}{40}$

Total alumnos: $\frac{1}{40} \cdot x = 10 \rightarrow x = 400$ alumnos

Estudian inglés: $\frac{3}{5} \cdot 400 = 240$ alumnos

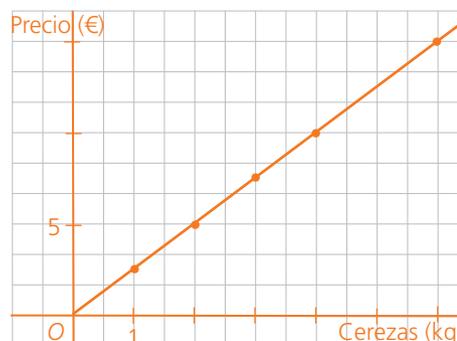
5. Resuelve las siguientes ecuaciones.

a) $2x - (x + 8) = 3x$
 $2x - x - 8 = 3x$
 $2x - x - 3x = 8$
 $-2x = 8$
 $x = -4$

b) $3(x + 4) = 2x - 3(1 - x) - 1$
 $3x + 12 = 2x - 3 + 3x - 1$
 $3x - 2x - 3x = -3 - 1 - 12$
 $-2x = -16$
 $x = 8$

6. Sabiendo que 4 kg de cerezas cuestan 10 €, completa la tabla y representa gráficamente la relación entre la cantidad de cerezas en kilogramos y el importe que hay que pagar.

Cerezas (kg)	1	2	3	4	6
Precio (€)	2,5	5	7,5	10	15



7. Un ordenador cuesta 320 €. ¿Cuál es su precio de venta al público si hay que añadirle el 21 % de IVA?

$121\% \text{ de } 320 = 1,21 \cdot 320 = 387,2$

El precio de venta al público es 387,20 €.

8. La tabla muestra la valoración entre 1 y 5 que han hecho los pacientes que han acudido a un centro de salud a lo largo de un día.

Valoración	N.º pacientes
1	1
2	5
3	8
4	10
5	6

a) ¿Cuántos pacientes han acudido al centro?

$1 + 5 + 8 + 10 + 6 = 30$ pacientes

b) ¿Cuál es la media de la valoración?

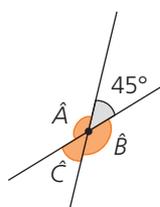
$$\text{Media} = \frac{1 \cdot 1 + 2 \cdot 5 + 3 \cdot 8 + 4 \cdot 10 + 5 \cdot 6}{30} = 3,5 \text{ puntos}$$

c) Indica la moda y la mediana de los datos de la tabla.

Moda = 4 Mediana = 4

9. Deduce la medida de los ángulos que faltan en cada caso.

a)

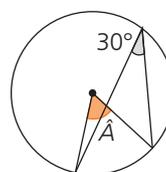


$\hat{A} = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$

$\hat{B} = \hat{A} = 135^\circ$

$\hat{C} = 45^\circ$

b)



$\hat{A} = 30^\circ \cdot 2 = 60^\circ$

10. Calcula el perímetro y el área de:

a) Un triángulo isósceles cuya altura sobre el lado desigual mide 4 cm, y el lado desigual, 6 cm.

$x = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5 \text{ cm}$

$P = 6 + 5 + 5 = 16 \text{ cm}$

$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{6 \cdot 4}{2} = 12 \text{ cm}^2$

b) De un sector circular de 3 cm de radio y 60° de ángulo.

$$L_{\text{Arco}} = \frac{n^\circ \cdot 2 \cdot \pi \cdot r}{360^\circ} = \frac{60^\circ \cdot 2 \cdot 3,14 \cdot 3}{360^\circ} = 3,14 \text{ m}$$

$P = 3,14 + 3 + 3 = 9,14 \text{ cm}$

$$A = \frac{n^\circ \cdot \pi \cdot r^2}{360^\circ} = \frac{60^\circ \cdot 3,14 \cdot 3^2}{360^\circ} = 4,71 \text{ cm}^2$$