

PORCENTAJES

CÁLCULO DE PORCENTAJES

Calcular el 12% de 350

a) El porcentaje como razón

Un tanto por ciento es una razón, es decir, un cociente entre dos cantidades.

(Si el porcentaje viene dado por un número entero, el tanto por ciento es una fracción).

$$12\% \text{ de } 350 = \frac{12}{100} \text{ de } 350 = \frac{12}{100} \cdot 350 = \frac{12 \cdot 350}{100} = 42$$

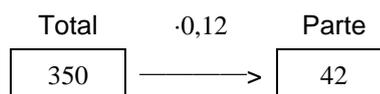
b) El porcentaje como tanto por uno

Un tanto por ciento es un número decimal (tanto por uno).

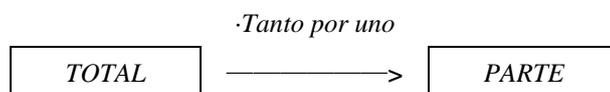
El tanto por uno es la expresión decimal del porcentaje.

$$12\% = \frac{12}{100} = 0,12$$

$$12\% \text{ de } 350 = 0,12 \cdot 350 = 42$$



Para calcular un porcentaje de una cantidad se multiplica dicha cantidad por el tanto por uno.



Observa:

$$350 \cdot 0,12 = 42 \Leftrightarrow 42 : 0,12 = 350 \Leftrightarrow 42 : 350 = 0,12$$

c) El porcentaje define una proporción

Un tanto por ciento, junto con el total y la parte, nos define una proporción (proporcionalidad directa).

$$\left. \begin{array}{l} \text{Si de 100 cogemos 12} \\ \text{de 350 cogemos } x \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 100 \rightarrow 12 \\ 350 \rightarrow x \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{100}{350} = \frac{12}{x} \Rightarrow 100 \cdot x = 350 \cdot 12 \Rightarrow x = \frac{350 \cdot 12}{100} = 42$$

Ejercicios

1. Calcula:

a) 35% de 2580

c) 150% de 500

e) 2% de 280

b) 5% de 640

d) 80% de 3575

f) 120% de 400

2. En una ciudad de 23 500 habitantes, el 68% están contentos con la gestión municipal. ¿Cuántos ciudadanos se sienten satisfechos con el ayuntamiento?

CÁLCULO DEL TOTAL CONOCIDA LA PARTE

De una cantidad desconocida, sabemos la parte correspondiente a un determinado porcentaje. ¿Cuál es dicha cantidad?

Ejemplo:

Hoy han faltado 6 músicos al ensayo de la banda, lo que supone el 20% del total. ¿Cuántos miembros tiene la banda?

Si para calcular la parte se multiplica el total por el tanto por uno, para calcular el total conocida la parte, se divide la parte entre el tanto por uno.	$0,2 \cdot \square = 6$ $6 : 0,2 = \square$									
$20\% = \frac{20}{100} = 0,2$ $6 : 0,2 = 30$	<table style="border-collapse: collapse; margin: auto;"> <tr> <td style="text-align: center; padding: 5px;">Total</td> <td style="padding: 0 10px;">·0,2</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">Parte</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center; border: 1px solid black; width: 60px; height: 20px;"></td> <td style="text-align: center; padding: 0 10px;">→</td> <td style="text-align: center; border: 1px solid black; width: 60px; height: 20px;">6</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center; border: 1px solid black; width: 60px; height: 20px;"></td> <td style="text-align: center; padding: 0 10px;">←</td> <td style="text-align: center; border: 1px solid black; width: 60px; height: 20px;"></td> </tr> </table>	Total	·0,2	Parte		→	6		←	
Total	·0,2	Parte								
	→	6								
	←									

Solución: La banda la componen 30 músicos.

Otro método: Usar la proporcionalidad directa dada por el porcentaje de ausentes (Regla de tres directa)

$$\left. \begin{array}{l} 20 \rightarrow 100 \\ 6 \rightarrow x \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{20}{6} = \frac{100}{x} \Rightarrow 20 \cdot x = 6 \cdot 100 \Rightarrow x = \frac{6 \cdot 100}{20} = 30$$

CÁLCULO DEL PORCENTAJE CONOCIDOS EL TOTAL Y LA PARTE

De un total conocido se ha tomado una parte determinada. ¿Qué porcentaje representa?

Ejemplo:

En las últimas elecciones municipales de un censo de 2 500 personas, el alcalde actual recibió el voto de 1 500 ciudadanos. ¿Qué porcentaje de votantes apoyó al alcalde?

Podemos calcular el tanto por uno dividiendo la parte entre el total. El tanto por uno se expresa como tanto por ciento.	$\square \cdot 2500 = 1500$ $1500 : 2500 = \square$						
$1500 : 2500 = 0,6$ $0,6 = \frac{60}{100} = 60\%$	<table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="text-align: center;">Total</td> <td style="text-align: center;">· \square</td> <td style="text-align: center;">Parte</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">2500</div></td> <td style="text-align: center;">→</td> <td style="text-align: center;"><div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">1500</div></td> </tr> </table>	Total	· \square	Parte	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">2500</div>	→	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">1500</div>
Total	· \square	Parte					
<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">2500</div>	→	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">1500</div>					

Solución: El alcalde recibió el apoyo del 60% de los votantes.

Otro método: Regla de tres directa

$$\left. \begin{array}{l} 2500 \rightarrow 1500 \\ 100 \rightarrow x \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{2500}{100} = \frac{1500}{x} \Rightarrow 2500 \cdot x = 100 \cdot 1500 \Rightarrow x = \frac{100 \cdot 1500}{2500} = 60$$

Ejercicios

- En una clase de 24 alumnos, hoy han faltado 6. ¿Cuál ha sido el tanto por ciento de ausencias?
- Un hospital tiene 210 camas ocupadas, lo que representa el 84% de todas las camas disponibles. ¿De cuántas camas dispone dicho hospital?
- De 475 hombres encuestados, solamente 76 declaran saber planchar. ¿Qué porcentaje de hombres reconocen que saben planchar?
- El 24% de los habitantes de una aldea tienen menos de 30 años. ¿Cuántos habitantes tiene la aldea, si hay 90 jóvenes menores de 30 años?

AUMENTOS PORCENTUALES

¿En qué se convierte una cantidad tras aumentarla en un cierto porcentaje?

Ejemplo:

Las reservas de agua de cierta región, estimadas hace un mes en 260 hm³, han aumentado un 15%. ¿Cuáles son las reservas actuales?

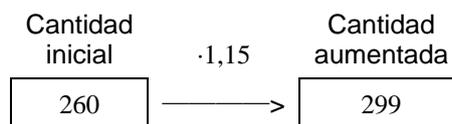
$$\boxed{\text{CANTIDAD INICIAL}} + \boxed{\text{AUMENTO}} = \boxed{\text{CANTIDAD AUMENTADA}}$$

Método 1

	Cantidad Inicial	+	Aumento	=	Cantidad Aumentada
Porcentajes	100%	+	15%	=	115%
Tantos por uno	1	+	0,15	=	1,15

$$\text{Cantidad aumentada} = 115\% \text{ de } 260 = 1,15 \cdot 260 = 299 \text{ hm}^3$$

Solución: Las reservas actuales son de 299 hm³.



Aumentar una cantidad en un a% equivale a calcular el (100+a)% de dicha cantidad

Método 2

$$\text{AUMENTO} = 15\% \text{ de } 260 = 0,15 \cdot 260 = 39 \text{ hm}^3$$

$$\text{CANTIDAD AUMENTADA} = 260 + 39 = 299 \text{ hm}^3$$

Método 3

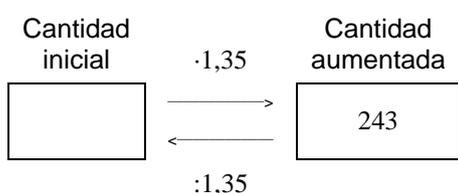
$$\left. \begin{array}{l} 100 \rightarrow 115 \\ 260 \rightarrow x \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{100}{260} = \frac{115}{x} \Rightarrow 100 \cdot x = 260 \cdot 115 \Rightarrow x = \frac{260 \cdot 115}{100} = 299 \text{ hm}^3$$

Ejemplo:

Las reservas de agua de cierta comunidad autónoma se han incrementado en el último mes en un 35%. Si actualmente se cifran en 243 hm^3 , ¿cuáles eran las reservas hace un mes?

Aumento porcentual. Problema inverso.

	Cantidad Inicial	+	Aumento	=	Cantidad Aumentada
Porcentajes	100%	+	35%	=	135%
Tantos por uno	1	+	0,35	=	1,35



$$1,35 \cdot \square = 243$$

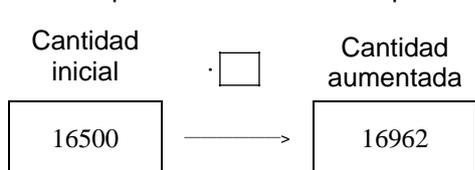
$$\text{Cantidad inicial} = 243 : 1,35 = 180 \text{ hm}^3$$

Solución: Las reservas anteriores eran de 180 hm^3 .

Ejemplo:

El automóvil en el que estábamos interesados costaba el mes pasado 16500 €, y éste 16962 €. ¿Cuál ha sido el porcentaje de aumento?

Aumento porcentual. Cálculo del porcentaje de aumento.



$$\square \cdot 16500 = 16962$$

$$1,028 = \frac{102,8}{100} = 102,8\%$$

$$\text{Coeficiente} = 16962 : 16500 = 1,028$$

$$102,8\% - 100\% = 2,8\%$$

Tanto por uno o coeficiente multiplicador = 1,028

Tantos por uno	1,028	=	1	+	0,028
Porcentajes	102,8%	=	100%	+	2,8%

Solución: El aumento de precio ha sido del 2,8%.

Ejercicios

- Un artículo que costaba 67 € ha subido un 12%. ¿Cuánto cuesta ahora?
- Joaquín ganaba 1250 € al mes y le han subido el sueldo en un 8%. ¿Cuánto gana ahora?
- Un abrigo cuesta 280 € tras subir una subida del 12%. ¿Cuánto costaba antes de la subida?
- El valor de mis acciones, tras subir un 5%, es de 525 €. ¿Cuál era el valor anterior?
- El precio de un artículo sin IVA es de 725 €. Si he pagado 841 €, ¿qué porcentaje de IVA me han aplicado?

DISMINUCIONES PORCENTUALES

¿En qué se convierte una cantidad tras disminuirla en un cierto porcentaje?

Ejemplo

Ciertos almacenes anuncian una rebaja del 15% en todos sus artículos. Si el precio de un abrigo es de 380 €, ¿cuál será su precio rebajado?

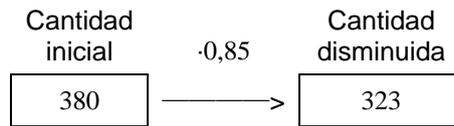
$$\boxed{\text{CANTIDAD INICIAL}} - \boxed{\text{DISMINUCIÓN}} = \boxed{\text{CANTIDAD DISMUNUIDA}}$$

Método 1

	Cantidad Inicial	-	Disminución	=	Cantidad Disminuida
Porcentajes	100%	-	15%	=	85%
Tantos por uno	1	-	0,15	=	0,85

$$\text{Cantidad disminuida} = 85\% \text{ de } 380 = 0,85 \cdot 380 = 323 \text{ €}$$

Solución: El precio rebajado del abrigo será de 323 €.



Disminuir una cantidad en un $a\%$ equivale a calcular el $(100-a)\%$ de dicha cantidad

Método 2

DISMINUCIÓN = 15% de 380 = $0,15 \cdot 380 = 57 \text{ €}$

REBAJA = 57 €

CANTIDAD DISMINUIDA = $380 - 57 = 323 \text{ €}$

PRECIO REBAJADO = 323 €

Método 3

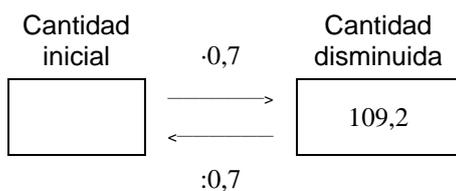
$$\left. \begin{array}{l} 100 \rightarrow 85 \\ 380 \rightarrow x \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{100}{380} = \frac{85}{x} \Rightarrow 100 \cdot x = 380 \cdot 85 \Rightarrow x = \frac{380 \cdot 85}{100} = 323 \text{ €}$$

Ejemplo

He pagado 109,2 € por una chaqueta que estaba rebajada un 30%. ¿Cuál era su precio antes de ser rebajada?

Disminución porcentual. Problema inverso.

	Cantidad Inicial	-	Disminución	=	Cantidad Disminuida
Porcentajes	100%	-	30%	=	70%
Tantos por uno	1	-	0,3	=	0,7



$$0,7 \cdot \square = 109,2$$

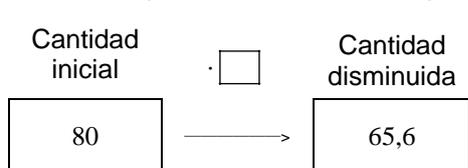
Cantidad inicial = $109,2 : 0,7 = 156 \text{ €}$

Solución: El precio de la chaqueta sin rebajar era de 156 €

Ejemplo

Por una falda que costaba 80 € hemos tenido que pagar 65,6 €. ¿Cuál es el porcentaje del descuento realizado?

Disminución porcentual. Cálculo del porcentaje de disminución.



$$\square \cdot 80 = 65,6$$

Coficiente = $65,6 : 80 = 0,82$

$$0,82 = \frac{82}{100} = 82\%$$

$100\% - 82\% = 18\%$

Tanto por uno o coeficiente multiplicador = 0,82

Tantos por uno	0,82	=	1	-	0,18
Porcentajes	82%	=	100%	-	18%

Solución: El descuento realizado ha sido del 18%.

Ejercicios

12. Calcula el precio rebajado de unos guantes cuyo precio es de 24 € y le hacen un descuento del 45%
13. Por una camisa de 25€ nos han cobrado 21,25€. ¿Qué porcentaje de descuento nos han aplicado?
14. En una empresa aplican un 3% de descuento en los pagos al contado. ¿Cuánto tendremos que pagar por una factura de 2800 € si la pagamos al contado?
15. Una aldea que tenía hace cinco años 875 habitantes, ha perdido en el último lustro el 12% de la población. ¿Cuántos habitantes tiene la aldea en la actualidad?

SOLUCIONES

1. a) 903; b) 2860; c) 32; d) 5,6; e) 750; f) 480
2. 15980 habitantes
3. 25%
4. 250 camas
5. 16%
6. 375 habitantes
7. 75,04 €
8. 1350 €
9. 250 €
10. 500 €
11. 16%
12. 13,2 €
13. 15%
14. 2716 €
15. 770 habitantes

RECUERDA

$$\boxed{CANTIDAD\ FINAL} = \boxed{TANTO\ POR\ UNO} \cdot \boxed{CANTIDAD\ INICIAL}$$

$$\boxed{CANTIDAD\ INICIAL} = \frac{\boxed{CANTIDAD\ FINAL}}{\boxed{TANTO\ POR\ UNO}}$$

$$\boxed{TANTO\ POR\ UNO} = \frac{\boxed{CANTIDAD\ FINAL}}{\boxed{CANTIDAD\ INICIAL}}$$

Tipos de problemas

• PORCENTAJES

- *Directo*: Cálculo del tanto por ciento de una cantidad.
Hallar la cantidad final conocidos el tanto por ciento y la cantidad inicial.
- *Inverso*: Cálculo de la cantidad inicial (cantidad de referencia).
Hallar la cantidad inicial conocidos el tanto por ciento y la cantidad final.
- *Cálculo del tanto por ciento*.
Hallar el tanto por ciento conocidas las cantidades inicial y final.

• AUMENTOS PORCENTUALES

(Ejemplo: IVA)

- *Directo*: Aumentar un tanto por ciento una cantidad.
Hallar la cantidad final conocido el tanto por ciento de aumento y la cantidad inicial.
- *Inverso*: Cálculo de la cantidad a aumentar conocido el tanto por ciento de aumento y el resultado de dicho aumento.
Hallar la cantidad inicial conocido el tanto por ciento de aumento y la cantidad final.
- *Cálculo del tanto por ciento de aumento*.
Hallar el tanto por ciento de aumento conocidas las cantidades inicial y final.

• DISMINUCIONES PORCENTUALES

(Ejemplo: Rebajas)

- *Directo*: Disminuir un tanto por ciento una cantidad.
Hallar la cantidad final conocido el tanto por ciento de disminución y la cantidad inicial.
- *Inverso*: Cálculo de la cantidad a disminuir conocido el tanto por ciento de disminución y el resultado de dicha disminución.
Hallar la cantidad inicial conocido el tanto por ciento de disminución y la cantidad final.
- *Cálculo del tanto por ciento de disminución*.
Hallar el tanto por ciento de disminución conocidas las cantidades inicial y final.