

PORCENTAJES

- Un **porcentaje** es equivalente a una fracción con denominador 100 y al número decimal correspondiente a la fracción.

Ejemplos:

$$65\% = \frac{65}{100} = 0,65$$

- Para calcular el porcentaje de una cantidad se multiplica la cantidad por la fracción o por el número decimal equivalente al porcentaje.

Ejemplos:

$$65\% \text{ de } 840 = \frac{65}{100} \cdot 840 = 0,65 \cdot 840$$

El número por el cual hay que multiplicar la cantidad inicial para obtener la final se **llama índice de variación**.

1.- Calcula:

a) El 24% de 300

b) El 112% de 560

c) El 3% de 83200

d) El 30% de 8500

e) El 230% de 5200

f) El 300% de 40

$$a) \text{ El } 24\% \text{ de } 300 = \frac{24 \cdot 300}{100} = 72$$

$$b) \text{ El } 112\% \text{ de } 560 = \frac{112 \cdot 560}{100} = 627,2$$

$$c) \text{ El } 3\% \text{ de } 83200 = \frac{3 \cdot 83200}{100} = 2496$$

$$d) \text{ El } 30\% \text{ de } 8500 = \frac{30 \cdot 8500}{100} = 2550$$

$$e) \text{ El } 230\% \text{ de } 5200 = \frac{230 \cdot 5200}{100} = 11960$$

$$f) \text{ El } 300\% \text{ de } 40 = 3 \cdot 40 = 120$$

2.- De los 524 alumnos de bachillerato de un colegio, el 12% repite curso y el 13% ha pasado con alguna materia pendiente. ¿Cuántos alumnos han pasado con todas las materias aprobadas?

$$100\% - (12\% + 13\%) = 75\% \text{ de alumnos pasan con todo aprobado}$$

$$75\% \text{ de } 524 = 0,75 \cdot 524 = 393 \text{ alumnos han pasado con todas las materias aprobadas.}$$

3.- Un camión de reparto ha entregado por la mañana los $\frac{13}{20}$ de la carga que llevaba y, por la tarde, el $17,3\%$ de la misma. ¿Qué fracción de la carga queda por repartir?

$$17,3\% = \frac{173-17}{9} = \frac{52}{3} \Rightarrow 17,3\% = \frac{52}{300}$$

$$\frac{13}{20} + \frac{52}{300} = \frac{247}{300} \Rightarrow \text{Queda por repartir: } 1 - \frac{247}{300} = \frac{53}{300} \text{ de la carga}$$

CÁLCULO DEL PORCENTAJE

- o Para hallar qué tanto por ciento representa una cierta cantidad respecto de un total, dividimos la parte entre el total y multiplicamos por 100.

Ejemplos:

En una clase de 30 alumnos y alumnas, hoy han faltado 6. ¿Cuál ha sido el tanto por ciento de ausencias?

$$\frac{6}{30} \cdot 100 = 20\%$$

1.- Calcula el tanto por ciento que representa:

a) 45 respecto a 225

b) 6160 respecto a 56000

c) 4230 respecto a 9000

d) 1922 respecto a 1240

e) 6000 respecto a 4000

f) 975 respecto a 32500

a) 45 respecto a 225 $\Rightarrow \frac{45}{225} \cdot 100 = 0,2 \cdot 100 = 20\%$

b) 6160 respecto a 56000 $\Rightarrow \frac{6160}{56000} \cdot 100 = 0,11 \cdot 100 = 11\%$

c) 4230 respecto a 9000 $\Rightarrow \frac{4230}{9000} \cdot 100 = 0,47 \cdot 100 = 47\%$

d) 1922 respecto a 1240 $\Rightarrow \frac{1922}{1240} \cdot 100 = 1,55 \cdot 100 = 155\%$

e) 6000 respecto a 4000 $\Rightarrow \frac{6000}{4000} \cdot 100 = 1,5 \cdot 100 = 150\%$

f) 975 respecto a 32500 $\Rightarrow \frac{975}{32500} \cdot 100 = 0,03 \cdot 100 = 3\%$

2.- Entre julio y agosto de 2006, el número de infracciones graves que denunció la Dirección General de Tráfico fueron 81835 de las que 72533 correspondieron a hombres. ¿Qué porcentaje de denuncias correspondieron a mujeres?

$$81\ 835 - 72\ 533 = 9302$$

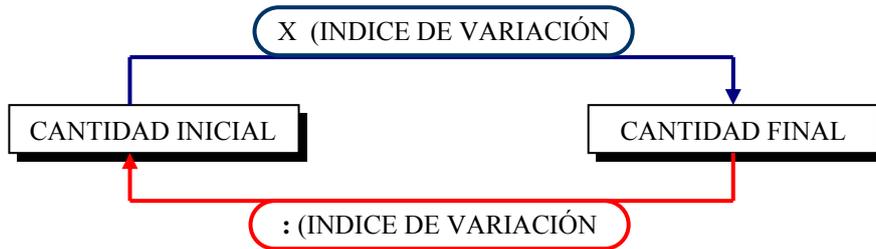
$$\frac{9302}{81835} \cdot 100 \approx 0,1137 \cdot 100 = 11,37\%$$

3.- El número de plazas de un centro escolar es 450. Si el número de plazas solicitadas fue 540, ¿qué tanto por ciento representan las solicitudes?

$$540 : 450 = 1,2 \Rightarrow \text{El } 120\%.$$

CÁLCULO DE LA CANTIDAD INICIAL

- Para hallarla cantidad inicial dividimos la cantidad final por el índice de variación.



Ejemplos:

Un hospital tiene 210 camas ocupadas, lo que supone el 84% del total. ¿De cuántas camas dispone el hospital?

$$84\% = 0,84$$

$$210 : 0,84 = 250 \text{ camas}$$

1.- Un cartero ha repartido el 36% de las cartas que tenía. Aún le quedan 1184. ¿Cuántas tenía antes de empezar el reparto?

Si ha repartido el 36%, le quedan el 64% de las cartas, es decir:

$$64\% \text{ de } x = 1184 \rightarrow 0,64 \cdot x = 1184 \rightarrow x = 1184 : 0,64 = 1\ 850 \text{ cartas.}$$

2.- La información nutricional de una marca de leche dice que, en un litro, hay 160 mg de calcio, que es el 20% de la cantidad diaria recomendada. Calcula la cantidad diaria que debe tomar una persona.

160 mg de calcio = 20% de la cantidad recomendada.

$$160 : 0,20 = 800 \text{ mg es lo que debe tomar una persona.}$$

3.- Los organizadores de un concierto han decidido suspenderlo porque solo se han vendido el 0,8% de las entradas disponibles. ¿Cuántas entradas se han puesto a la venta si solo se han vendido 20?

0,8% de las entradas = 20

$$\text{N}^\circ \text{ de entradas} = 20 : 0,008 = 2\ 500 \text{ entradas.}$$

DESCUENTOS PORCENTUALES

La cantidad rebajada se obtiene restando el porcentaje de descuento a la cantidad inicial.

Ejemplos:

Una moto cuesta 2.700 €. ¿Cuánto habrá que pagar si nos descuentan el 15%?

1ª forma:

Calculamos el descuento: 15% de 2700 = $0,15 \cdot 2700 = 405$ €.

Calculamos el precio rebajado: $2700 - 405 = 2.295$ €

2ª forma

Para calcular directamente la cantidad final después de aplicar un descuento se procede así:

1º.- Se resta a 100% el porcentaje de descuento:

$$100\% - 15\% = 85\%$$

2º.- Se aplica a la cantidad inicial el porcentaje obtenido:

$$85\% \text{ de } 2.700 = 2.700 \cdot 0,85 = 2.295$$

Habrás que pagar 2.295 €

Si observas para calcular la cantidad final hemos multiplicado la cantidad inicial por un número decimal:

CANTIDAD FINAL = CANTIDAD INICIAL · (1 – descuento porcentual expresado en forma decimal)

1.- En una comunidad autónoma había 69580 parados. Han disminuido un 15%. ¿Cuántos parados hay ahora?

Si disminuye un 15%, habrá sólo un 85% de los parados iniciales.

$$85\% \text{ de } 69580 = 0,85 \cdot 69580 = 59143 \text{ parados}$$

Sol: Hay ahora 59143 parados

2.- En unas rebajas en las que se hace el 30% de descuento, Roberto ha comprado una cámara fotográfica por 50,4 € ¿Cuál era su precio inicial?

Si le descuentan un 30%, paga un 70% del precio inicial.

$$\text{Su precio era } 70\% \text{ de } x = 50,40 \rightarrow 0,7x = 50,40 \rightarrow x = 50,40 : 0,70 = 72 \text{ €}.$$

3.- En una papelería hacen una rebaja del 15% en todos los artículos. ¿Cuál será el precio que hemos de pagar por una cartera de 24 € y una calculadora de 18 €?

$$\text{Cartera: } 85\% \text{ de } 24 = 24 \cdot 0,85 = 20,4 \text{ €}$$

$$\text{Calculadora: } 85\% \text{ de } 18 = 18 \cdot 0,85 = 15,3 \text{ €}$$

4.- He pagado 187,2 € por un billete de avión que costaba 240 € ¿Qué porcentaje de descuento me hicieron?

$$187,2 : 240 = 0,78 \Rightarrow \text{Cuesta un } 78\% \text{ de su precio inicial} \rightarrow \text{Descuento: } 22\%$$

5.- Para que el área de un triángulo fuera 100 m², su altura actual tendría que disminuir un 18%. Si la base mide 16,8 m, ¿cuánto mide la altura?

$$A = 100 \text{ m}^2 \Rightarrow 200 = 1,68 \cdot a \Rightarrow a = 11,9 \text{ m}$$

La altura tendría que medir 11,9 m para que el área fuera 100 m².

$$82\% \text{ de la altura} = 11,9 \Rightarrow \text{altura} = 11,9 : 0,82 = 14,5 \text{ m}$$

AUMENTOS PORCENTUALES

La cantidad aumentada se obtiene sumando el porcentaje de aumento a la cantidad inicial.

Ejemplos:

¿Cuánto habrá que pagar si nos recargan el 20% en una factura de 2700 €?

1ª forma:

Calculamos el aumento: 20% de 2700 = $0,20 \cdot 2700 = 540$ €.

Calculamos el precio rebajado: $2700 + 540 = 3.240$ €

2ª forma

Para calcular directamente la cantidad final después de aplicar un aumento se procede así:

1º.- Se suma a 100% el porcentaje de aumento:

$$100\% + 20\% = 120\%$$

2º.- Se aplica a la cantidad inicial el porcentaje obtenido:

$$120\% \text{ de } 2.700 = 2.700 \cdot 1,2 = 3240 \text{ €}$$

Habrà que pagar 3.240 €

Si observas para calcular la cantidad final hemos multiplicado la cantidad inicial por un número decimal:

$$\text{CANTIDAD FINAL} = \text{CANTIDAD INICIAL} \cdot (1 + \text{aumento porcentual expresado en forma decimal})$$

1.- Unas acciones que valían a principios de año 13,70 € han subido un 35%. ¿Cuánto valen ahora?

Suben un 35% \Rightarrow Las acciones valen ahora el 135% de su valor inicial

$$135\% \text{ de } 13,70 = 1,35 \cdot 13,7 = 18,495 \text{ €}$$

Sol: Vale ahora 18,495 €

2.- El precio con IVA de una batidora es 69,60 € ¿Cuál es su precio antes de cargarle el IVA? (El IVA es del 16%)

Si se aplica el IVA del 16%, se está pagando un 116% de su precio inicial x (valor a determinar)

$$116\% \text{ de } x = 69,60 \text{ €} \Rightarrow 1,16 \cdot x = 69,6 \Rightarrow \text{Precio inicial} = 69,6 : 1,16 = 60 \text{ €}$$

3.- Al estirar una goma elástica, su longitud aumenta un 30% y, en esa posición, mide 104 cm. ¿Cuánto mide sin estirar?

Si su longitud aumenta en un 30%, la longitud actual será el 130% de la longitud inicial (sin estirar)

$$130\% \text{ de } x = 104 \Rightarrow 1,3 \cdot x = 104 \Rightarrow x = 104 : 1,3 = 80 \text{ cm}$$

4.- He pagado 870 € por un artículo que costaba 750 € sin IVA. ¿Qué porcentaje de IVA me han aplicado?

$$870 : 750 = 1,16 \Rightarrow \text{El artículo cuesta ahora un 116\% de su precio inicial.}$$

Me han aplicado un 16%.

5.- Si el precio del abono-transporte de una ciudad subió el 12%, ¿cuál era el precio anterior si ahora cuesta 35,84 €?

$$112\% \text{ del precio anterior} = 35,84 \text{ €}$$

$$\text{Precio anterior: } 35,84 : 1,12 = 32 \text{ €}$$

6.- Un comerciante aumenta el precio de sus productos un 30% y, después, pretendiendo dejarlos al precio inicial, los rebaja un 30%.

a) **Un ordenador que inicialmente costaba 1 000 € ¿cuánto costará en cada paso del proceso?**

b) **¿Cuál es la variación porcentual que sufren los artículos respecto al precio inicial?**

a) Aumenta su precio un 30% \Rightarrow Precio = 130% de 1000 = $1000 \cdot 1,3 = 1300$ €

Rebaja un 30% \Rightarrow Precio = 70% de 1300 = $0,7 \cdot 1300 = 910$ €

b) Índice de variación final: $1,3 \cdot 0,7 = 0,91$

Variación porcentual: $1 - 0,91 = 0,09 \Rightarrow$ Ha bajado un 9%

7.- El precio del kilo de tomates subió un 20% y después bajó un 25%. Si antes costaba 1,80 €, ¿cuál es el precio actual?

Sube un 20% \Rightarrow Índice de variación: 1,2

Baja un 25% \Rightarrow Índice de variación: 0,75

$1,8 \cdot 1,2 \cdot 0,75 = 1,62$ €

8.- El número de espectadores de un concurso de televisión que comenzó en octubre aumentó un 23% en noviembre y disminuyó un 18% en diciembre. Si al terminar diciembre tuvo 2 202 000 espectadores, ¿cuántos tenía en el mes de octubre?

$1,23 \cdot 0,82 \cdot x = 2202000 \Rightarrow x = 2\ 183\ 224$ personas

9.- Si un comerciante aumenta el precio de sus productos un 25% y, después, los rebaja un 25%, ¿cuál ha sido la variación porcentual que experimentan los artículos respecto al precio inicial? ¿Y si hiciera lo mismo aplicando el 50%?

a) $1,25 \cdot 0,75 = 0,9375$

$1 - 0,9375 = 0,0625$

Corresponde a una disminución del 6,25%.

b) $1 - 1,5 \cdot 0,5 = 0,25$

Corresponde a una disminución del 25%.

10.- Los ingresos mensuales de un negocio han aumentado un 20% y un 30% en los dos meses anteriores. En el mes actual han disminuido un 25% y han sido 13 850 € ¿Cuál ha sido la variación porcentual? Calcula los ingresos del negocio hace tres meses.

$1,2 \cdot 1,3 \cdot 0,75 = 1,17 \Rightarrow$ Supone un aumento del 17%.

$13\ 850 : 1,17 = 11\ 837,6$ € son los ingresos de hace tres meses.

ACTIVIDADES PROPUESTAS

- 1.- Las piezas y la mano de obra para reparar un coche costaron 218 euros. ¿Cuál es el importe de la factura si hay que añadir el 16% de IVA?
- 2.- Un artículo que vale 450 euros aumenta el 15% y después un 10%. Ángel piensa que en realidad ha aumentado el 25%, pero Violeta asegura que no. Comprueba quién tiene razón de los dos.
- 3.- Una cantidad aumenta un 15% y, después, el resultado un 25%. ¿Cuál ha sido el aumento final?
- 4.- El precio inicial de una enciclopedia era de 480 €, y a lo largo del tiempo ha sufrido variaciones. Subió un 10%. Subió un 25%. Bajó un 30%. ¿Cuál es su precio actual?
- 5.- El 24% de una cantidad es 150. ¿Cuál es dicha cantidad?
- 6.- Un comerciante anuncia rebajas del 30%. María quiere comprar un traje en cuya etiqueta figura el precio de 850 €. ¿Qué importe de abonar María?
- 7.- María compró un pantalón que estaba rebajada un 12% y pagó por ella 150 €. ¿Cuál era su precio original?
- 8.- En una población de 23.500 habitantes, el 68% están contentos con la gestión municipal. ¿Cuántos ciudadanos se sienten satisfechos con el ayuntamiento?
9. - Un abrigo lleva una etiqueta que marca 300,4 euros. En la tienda me hacen un descuento de un 5%. ¿Cuánto dinero me descuentan? ¿Cuánto dinero tengo que pagar?
10. - Una tienda de comestibles compra naranjas al por mayor a 0,25 euros el kg. Las vende con un beneficio del 20% sobre el precio de compra. ¿A cuánto vende el kg de naranjas?
- 11.- Un cerdo da el 85% de su peso en carne. ¿Cuántos kg. de carne da un cerdo de 100 kg. de peso? ¿Y cuánto de desperdicio?
- 12.- La caña de azúcar da un 12% de su peso en azúcar. ¿Qué peso de azúcar nos proporcionan 351 kg. de caña de azúcar?
- 13.- Un vendedor compra una televisión en 360 euros y la vende en 900 euros. ¿Qué % se ganó?
- 14.- Un comerciante compra una bicicleta en 120 euros y la vende en 180 euros. ¿Qué % se ganó?
- 15.- En un pueblo hay 240 personas jubiladas. Representan el 12% de todos los habitantes del pueblo. ¿Cuántos habitantes tiene el pueblo?
- 16.- Hemos comprado un televisor, un vídeo y un estéreo, cuyos precios respectivos eran 1.920 euros, 550 euros y 650 euros. Nos hicieron las siguientes rebajas: el 15% en el televisor, el 6% en el vídeo y el 8% en el estéreo. ¿Cuánto pagamos por su compra?
- 17.- Antonio ha cargado 150 cajas en la furgoneta, lo que supone el 75 % del total de cajas del almacén. ¿Cuántas cajas había en el almacén?