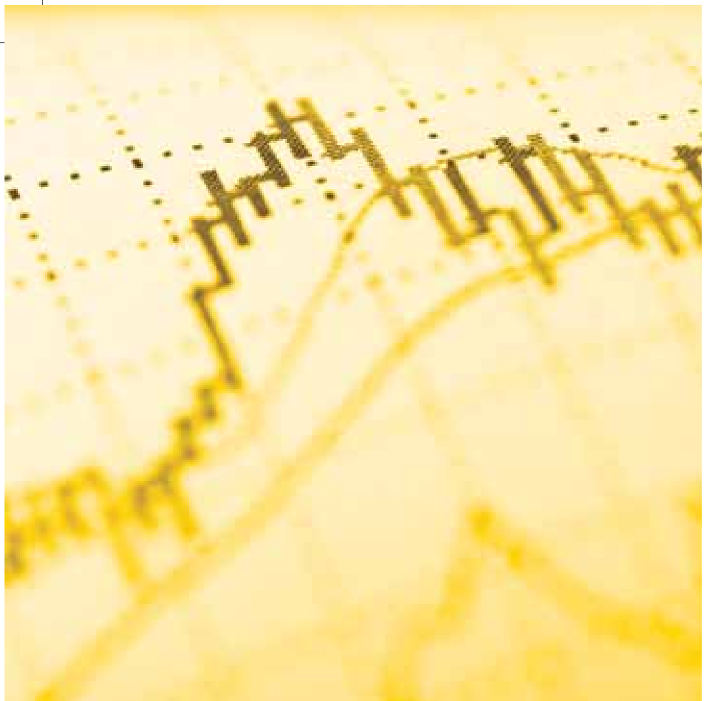


¿Recuerdas qué es...?

Coordenadas de un punto

Un punto del plano viene definido por un par ordenado de números.

La primera coordenada es la abscisa del punto, la segunda coordenada es la ordenada del punto.

Constante de proporcionalidad

Es el cociente de cualquiera de las razones que intervienen en una proporción.

Magnitudes directamente proporcionales

Dos magnitudes son directamente proporcionales si al multiplicar una de ellas por un número, la cantidad correspondiente de la otra queda multiplicada por el mismo número.

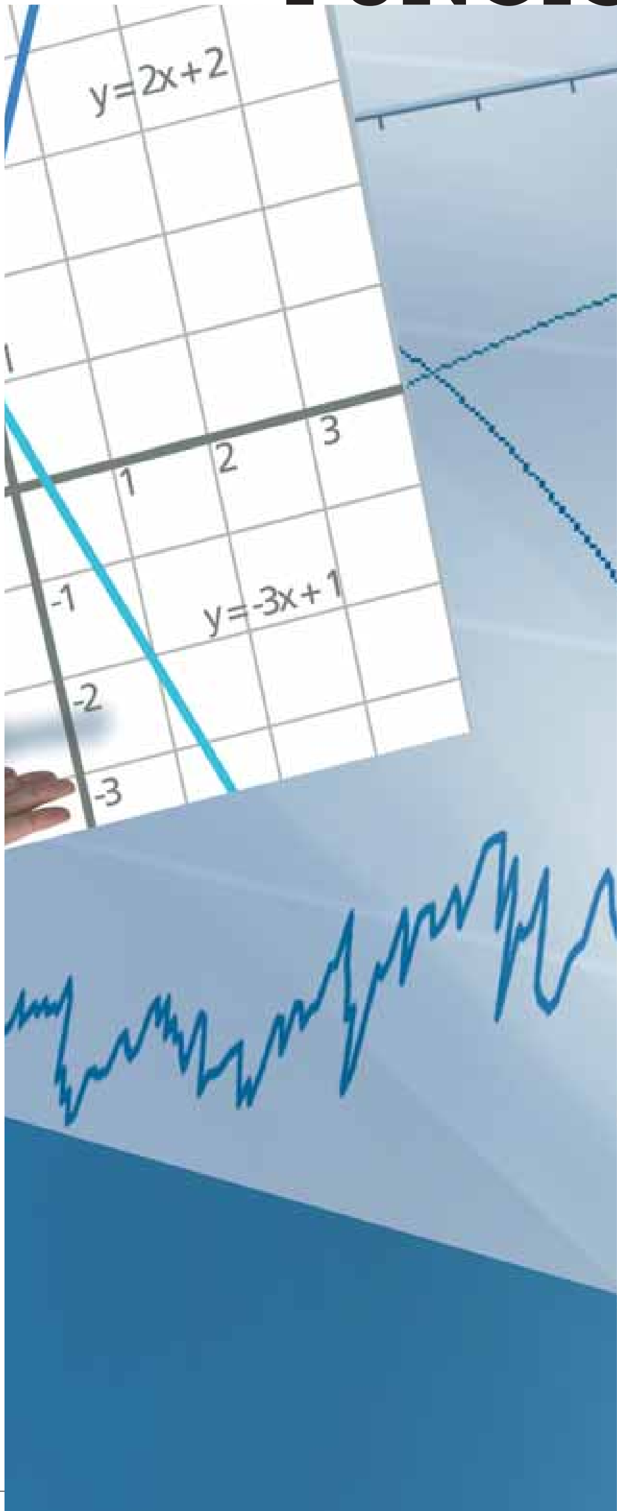
Discusión de un sistema de ecuaciones

Según el número de soluciones un sistema de ecuaciones puede ser:

- *Sistema de ecuaciones*
  - *Compatible*
    - *Determinado (con solución única)*
    - *Indeterminado (infinitas soluciones)*
  - *Incompatible (no tiene solución)*

8

FUNCIONES LINEALES



Como se ha visto en la unidad anterior, todas las funciones tienen una gráfica asociada con características diferentes.

Así, por ejemplo, la gráfica asociada a la relación entre el lado de un cuadrado y su área es diferente de la gráfica que representa la distancia que recorre una rueda en función del número de vueltas que da.

En esta unidad estudiaremos las características de las funciones más sencillas que son las funciones lineales y afines. Estas funciones representan las relaciones entre magnitudes directamente proporcionales.

Los objetivos de esta Unidad son:

- **Analizar las funciones lineales y afines.**
- **A partir de sus gráficas, estudiar la posición relativa de rectas en el plano y su aplicación a la resolución de sistemas de ecuaciones.**

8

1 LA FUNCIÓN LINEAL

La bicicleta de Elena avanza 100 cm por cada vuelta de las ruedas. Si se quiere conocer la distancia que recorre en función del número de vueltas de las ruedas, se elabora la tabla de valores correspondiente. Así se obtiene:

Número de vueltas	1	2	2,5	3	4	4,5	5	6	6,5
Distancia recorrida (cm)	100	200	250	300	400	450	500	600	650

La distancia recorrida y el número de vueltas de las ruedas son dos magnitudes directamente proporcionales porque el cociente

$$\frac{\text{«distancia recorrida»}}{\text{«número de vueltas»}}$$

es constante. La constante de proporcionalidad es 100.

Esta relación de proporcionalidad directa se puede expresar mediante una función en la que la variable independiente ***x*** es el número de vueltas que dan las ruedas y la variable dependiente ***y*** es la distancia recorrida.

La función es $y = 100x$

La gráfica es una recta que pasa por el origen de coordenadas.

Las relaciones de proporcionalidad directa entre dos magnitudes ***x*** e ***y*** se pueden expresar como funciones de expresión algebraica $y = mx$.
Se llaman **funciones lineales.**
La gráfica de una función lineal es una recta que pasa por el origen de coordenadas.

@ ***WEB***

http://descartes.cnice.mec.es/Analisis/familias_funciones/Funciones_lineales.htm

Se estudian las funciones de proporcionalidad directa a través de un texto, su gráfica y su fórmula.

@ ***WEB***

http://descartes.cnice.mec.es/Analisis/funciones_lineal_afin_cte_asmc/ASC92_APLIC.htm

Se muestra en distintas escenas la función lineal, su fórmula y su pendiente.

@ ***WEB***

http://descartes.cnice.mec.es/Analisis/funciones_primer_grado_mcmh/funcionlineal.htm

Como en la anterior, se muestra la función lineal, su gráfica y su fórmula y se estudia su pendiente.

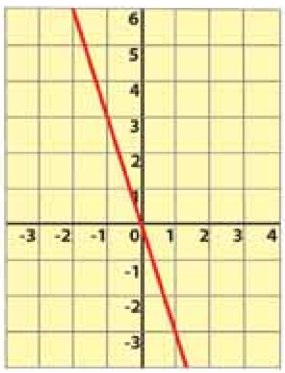
Ejercicios

1 Una máquina envasadora de una fábrica de refrescos llena botellas en la proporción indicada en la tabla. Obtén la función lineal asociada y representa su gráfica.

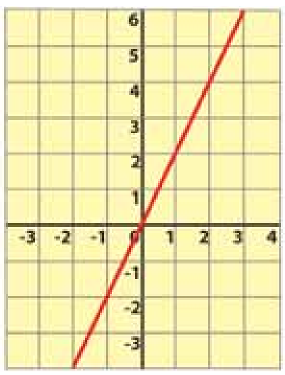
Tiempo	*2 horas*	*4 horas*	*8 horas*
Número de botellas	250	500	1 000

2 CARACTERÍSTICAS DE LA FUNCIÓN LINEAL

La gráfica de la función lineal $y = mx$ es una recta que pasa por el origen de coordenadas.



$y = -3x$



$y = 2x$

Las gráficas de las funciones $\boldsymbol{y = -3x}$ e $\boldsymbol{y = 2x}$ son rectas que pasan por el origen de coordenadas. En los dos casos la variable independiente y la variable dependiente toman cualquier valor. Por tanto, el dominio y el recorrido son todos los números, es decir, toda la recta numérica.

Las funciones lineales son **continuas.**

En la gráfica de la función $\boldsymbol{y = -3x}$ se observa que al aumentar el valor de la variable independiente disminuye el valor de la variable dependiente, es decir, $\boldsymbol{y = -3x}$ es una **función decreciente.**

En la función $\boldsymbol{y = 2x}$, al aumentar el valor de la variable independiente aumenta el valor de la variable dependiente, es decir, $\boldsymbol{y = 2x}$ es una **función creciente.**

Si $\boldsymbol{f(x) = -3x}$ y $\boldsymbol{g(x) = 2x}$, obtenemos:

$$f(-x) = (-3) \cdot (-x) = 3x = -f(x)$$

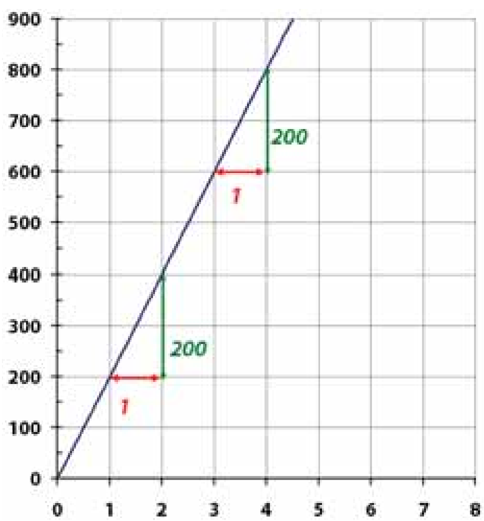
$$g(-x) = 2 \cdot (-x) = -2x = -g(x)$$

Ambas son funciones **impares o simétricas respecto del origen de coordenadas.**

En la función lineal $\boldsymbol{y = mx}$, el coeficiente $\boldsymbol{m}$ se llama **pendiente.** Expresa el aumento o disminución de la variable dependiente por cada unidad de la variable independiente.

En la función $\boldsymbol{y = -3x}$, la pendiente es -3. Por cada unidad de la variable independiente, la variable dependiente disminuye 3 unidades.

En la función $\boldsymbol{y = 2x}$, la pendiente es 2. Por cada unidad de la variable x, la variable y aumenta 2 unidades.



WEB @

http://descartes.cnice.mec.es/3_eso/Funcion_lineal/Propiedades_de_las_funciones_lineales_I.htm

Se muestran las propiedades de la función lineal estudiando su crecimiento en función de la pendiente.

WEB @

http://descartes.cnice.mec.es/3_eso/Funcion_lineal/Propiedades_de_las_funciones_lineales_III.htm

Se estudian las características de las funciones lineales en función del valor de su pendiente.

Ejercicios

2 Dibuja las funciones lineales e indica sus características.

a) $y = -4x$ b) $y = \dfrac{2}{5}x$ c) $y = -x$

3 LA FUNCIÓN AFÍN

En el recibo del consumo de agua mensual de una casa aparecen los precios de los siguientes conceptos:

– Por distribución, depuración y otros conceptos: 10 €.

– Por m^3 de agua consumida: 3 €.

Si queremos conocer la factura en función de los metros cúbicos de agua consumida, elaboramos la tabla de valores:

Metros cúbicos de agua consumida	1	3	5	10	15	…	x
Precios de la factura sin IVA	13	19	25	40	55	…	$3x + 10$

La relación entre los m^3 de agua consumida (x) y el precio de la factura (y) se puede expresar mediante la función $y = 3x + 10$, cuya gráfica es:

FACTURA DEL CONSUMO DE AGUA

La gráfica de la función es una recta que pasa por el punto de coordenadas (0, 10). La pendiente de la recta es 3. La imagen de 0 es 10. A este valor se le llama ordenada en el origen.

@ *WEB*

http://descartes.cnice.mec.es/Analisis/funciones_lineal_afin_cte_asmc/ASC92_APLIC2.htm

Se muestra la fórmula, la gráfica y las características principales.

Las funciones cuya expresión algebraica es $y = mx + n$, $n \neq 0$ se llaman **funciones afines.**
Su gráfica es una recta que pasa por el punto de coordenadas $(0, n)$.
El coeficiente ***m*** representa la **inclinación** o **pendiente** de la recta.

Ejercicios

3 Dibuja, utilizando los mismos ejes de coordenadas, las funciones:

a) $y = 3x$ b) $y = 3x + 2$ c) $y = 3x - 4$

¿Cuál es la posición relativa de las tres rectas? Razona la respuesta.

4 Representa las funciones afines:

a) $y = -x + 2$ b) $y = \frac{3}{2}x + 1$ c) $y = -\frac{1}{2}x - 2$

5 Dibuja la gráfica de una función afín con ordenada en el origen 5 y pendiente –2. ¿Cuál es su expresión algebraica?

6 ¿Qué características tiene la función $y = 2x - 1$?

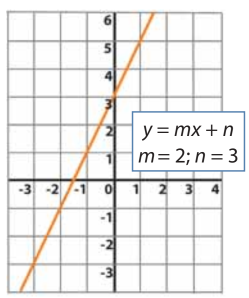
7 Dibuja la gráfica de una función afín de igual pendiente que la bisectriz del primer cuadrante y ordenada en el origen 3.

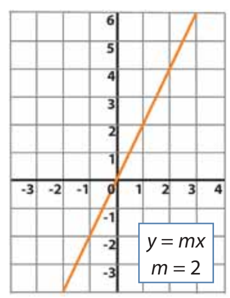
4 ECUACIÓN DE LA RECTA

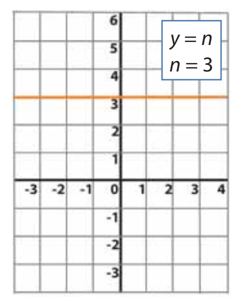
Las gráficas de la función lineal y afín son rectas. La expresión algebraica de la función afín $y = mx + n$ es la que se utiliza en general como ecuación de una recta.

Si la ordenada en el origen es $n = 0$, la ecuación $y = mx$ representa una recta que pasa por el origen de coordenadas.

Si la pendiente es $m = 0$, la ecuación $y = n$ representa una recta horizontal que pasa por el punto de coordenadas $(0, n)$.







La ecuación de la recta en el plano es $y = mx + n$.
La pendiente de la recta es m.
La ordenada en el origen de coordenadas es n.

Una ecuación de primer grado con dos incógnitas también representa una recta.

Ejemplo 1

En la ecuación $2x + 3y = 5$, si se despeja y en función de x se transforma en $y = mx + n$.

$$2x + 3y = 5 \ \langle \quad 3y = -2x + 5 \ \langle \quad y = -\frac{2}{3}x + \frac{5}{3}$$

La pendiente de la recta es $m = -\frac{2}{3}$.

La ordenada en el origen es $n = \frac{5}{3}$.

WEB @

http://descartes.cnice.mec.es/3_eso/Funcion_afin/Ejercicios_con_funciones_afines%20I.htm

Primero se muestra la ecuación de una recta y luego se calcula esa ecuación.

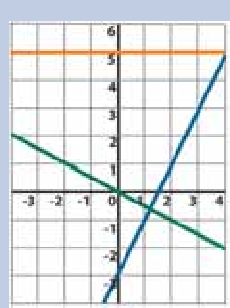
Ejercicios

8 Relaciona las ecuaciones con la gráfica correspondiente:

a) $y = 5$

b) $y = -\frac{1}{2}x$

c) $4x - 2y = 6$



9 Transforma la ecuación $2(x - 1) + 5y = 7$ de manera que se exprese de la forma $y = mx + n$.

5 OBTENCIÓN DE LA ECUACIÓN DE LA RECTA

Una recta queda determinada por dos puntos o por un punto y su pendiente. La obtención de su ecuación en cada caso se realiza teniendo en cuenta la expresión algebraica $y = mx + n$.

A ECUACIÓN DE LA RECTA SI SE CONOCEN LAS COORDENADAS DE UN PUNTO Y SU PENDIENTE

Ejemplo 2

Halla la ecuación de la recta que pasa por el punto de coordenadas (2, 4) y tiene pendiente 3.

En la ecuación $y = mx + n$ se conoce la pendiente $m = 3$, por tanto la ecuación es: $y = 3x + n$.

Como la recta pasa por el punto (2, 4), las coordenadas del punto cumplen la ecuación, es decir, $4 = 3 \cdot 2 + n$. Despejando n se tiene que $n = -2$.

La ecuación de la recta es $y = 3x - 2$.

B ECUACIÓN DE LA RECTA QUE PASA POR DOS PUNTOS

Ejemplo 3

Halla la ecuación de la recta que pasa por los puntos de coordenadas (–2, –1) y (1, –7).

Se considera la ecuación de la recta $y = mx + n$. Los puntos (–2, –1) y (1, –7) pertenecen a la misma, por tanto, cumplirán la ecuación.

$$\begin{cases} -1 = -2m + n \\ -7 = m + n \end{cases}$$

Se resuelve el sistema para obtener el valor de m y n.

$$\begin{cases} n = -1 + 2m \\ n = -7 - m \end{cases} \rightarrow -1 + 2m = -7 - m \rightarrow 6 = -3m \rightarrow m = -2$$

Si $m = -2$, sustituyendo en cualquiera de las ecuaciones se obtiene que $n = -5$.

La ecuación de la recta que pasa por los dos puntos dados es:

$$y = -2x - 5$$

@ *WEB*

http://descartes.cnice.mec.es/3_eso/Funcion_afin/Ejercicios_con_funciones_afines%20I.htm

Se calcula la ecuación de una recta conociendo su pendiente y un punto por el que pasa.

@ *WEB*

http://descartes.cnice.mec.es/3_eso/Funcion_afin/Ejercicios_con_funciones_afines%20II.htm

Se explica como obtener la ecuación de la recta conociendo dos puntos por los que pasa.

Ejercicios

10 Obtén la ecuación de la recta que tiene pendiente 2 y pasa por el punto (–1, –1).

11 Obtén la ecuación de la recta que pasa por los puntos (1, –1) y (2, 4).

Calcula dos puntos de la recta.

12 Dados los puntos $A(0, 4)$, $B(2, -8)$.

a) Calcula la ecuación de la recta que pasa por A y B.

b) El punto (–1, 10), ¿pertenece a la recta?

c) Calcula la ecuación de una recta con la misma pendiente que la obtenida, cuya ordenada en el origen sea –3.

6 POSICIÓN RELATIVA DE DOS RECTAS

Dos rectas en el plano pueden ser *secantes*, *paralelas* o *coincidentes*.

Rectas secantes

Si las rectas son secantes se cortan en un punto. Las coordenadas del punto de intersección se obtienen resolviendo el sistema formado por las ecuaciones de las dos rectas.

Ejemplo 4

Hallar el punto de intersección de las rectas *r* y *s* de ecuaciones:

$$r\colon 2x + y = 5$$

$$s\colon 4x - y = 1$$

Para obtener el punto de intersección se resuelve el sistema formado por las ecuaciones de las rectas:

$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ 4x - y = 1 \end{cases}$$

Utilizamos el método de reducción para obtener la solución del sistema:

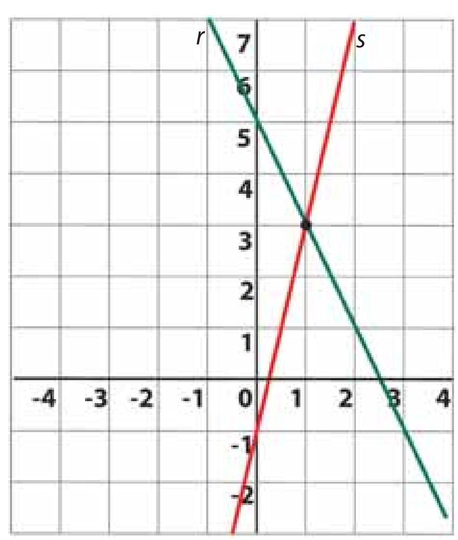
$$\begin{array}{l} 2x + y = 5 \\ 4x - y = 1 \\ \hline 6x \quad\;\; = 6 \;\langle\;\; x = 1 \end{array}$$

Se sustituye el valor de *x* en la primera ecuación para obtener el valor de *y*:

$$2 \cdot 1 + y = 5 \;\langle\;\; y = 3$$

El punto de intersección de las rectas *r* y *s* es (1, 3).

Si representamos las rectas utilizando un sistema de coordenadas cartesianas se comprueba que las rectas se cortan en el punto (1, 3).



Si un sistema de dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas es **compatible determinado,** las rectas que determinan son **secantes.**

WEB @

http://descartes.cnice.mec.es/3_eso/Funcion_lineal/Propiedades_de_las_funciones_lineales_II.htm

Se muestra como estudiar si un punto pertenece o no a una recta.

WEB @

http://descartes.cnice.mec.es/Algebra/Resolucion_grafica_sistemas_ecuaciones/Resolucion_grafica_sistemas.htm

Se muestra la resolución gráfica de un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas, pero se explica que su solución es el punto de corte de las rectas que forman ese sistema.

Rectas paralelas

Si las dos rectas son paralelas, el sistema formado por las ecuaciones de las dos rectas no tiene solución.

Ejemplo 5

Hallar el punto de intersección de las rectas r y s de ecuaciones:

$$r:\ 2x - y = 5$$

$$s:\ 4x - 2y = 6$$

Para obtener el punto de intersección se resuelve el sistema formado por las ecuaciones de las rectas:

$$\begin{cases} 2x - \ \ y = 5 \\ 4x - 2y = 6 \end{cases}$$

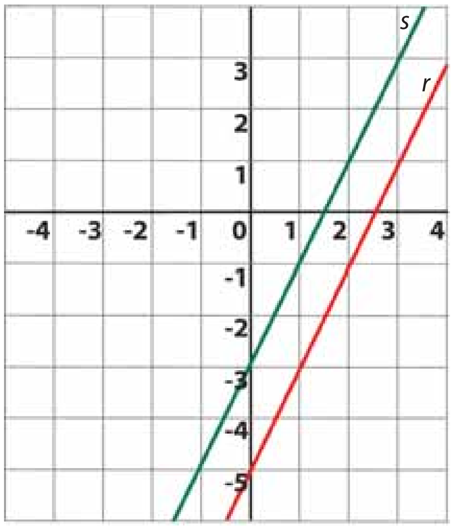
Utilizamos el método de igualación para obtener la solución del sistema:

$$\begin{cases} 2x - \ \ y = 5 \\ 4x - 2y = 6 \end{cases} \langle \quad \begin{cases} y = 2x - 5 \\ y = \dfrac{-4x + 6}{-2} \end{cases} \langle \quad 2x - 5 = \dfrac{-4x + 6}{-2}$$

$$-4x + 10 = -4x + 6 \ \langle \quad 4x - 4x = 6 - 10 \ \langle \quad 0x = -4$$

El sistema no tiene solución. Las rectas son paralelas.

Si representamos las rectas utilizando un sistema de coordenadas cartesianas se comprueba que las rectas son paralelas.



Si las ecuaciones de las rectas r y s se expresan en la forma $y = mx + n$, se comprueba que tienen la misma pendiente y distinta ordenada en el origen.

$$r:\ 2x - y = 5 \ \langle \quad y = 2x - 5$$

$$s:\ 4x - 2y = 6 \ \langle \quad y = 2x - 3$$

Si un sistema de dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas es **incompatible,** las rectas que determinan son **paralelas.**

@ WEB

http://descartes.cnice.mec.es/Algebra/sist_ecu_mdp/unidad_didactica.htm

Se resuelven sistemas de ecuaciones, pero se explica gráficamente que cuando no tiene solución se trata de rectas paralelas.

Rectas coincidentes

Si las dos rectas son coincidentes, el sistema formado por las ecuaciones de las dos rectas tiene infinitas soluciones.

Ejemplo 6

Hallar el punto de intersección de las rectas r y s de ecuaciones:

$$r\colon 2x - y = 5$$

$$s\colon 4x - 2y = 10$$

Para obtener el punto de intersección se resuelve el sistema formado por las ecuaciones de las rectas:

$$\left\{\begin{array}{l} 2x - y = 5 \\ 4x - 2y = 10 \end{array}\right.$$

Utilizamos el método de sustitución para obtener la solución del sistema:

$$\left\{\begin{array}{l} -4x + 2y = -10 \\ 4x - 2y = 10 \end{array}\right. \langle \quad \left\{\begin{array}{l} y = \dfrac{4x - 10}{2} \\ 4x - 2y = 10 \end{array}\right. \langle \quad 4x - 2 \cdot \frac{4x - 10}{2} = 10$$

$$4x - 4x + 10 = 10 \ \langle \quad 0x = 0$$

Es un sistema con infinitas soluciones. Las dos rectas son coincidentes.

Si representamos las rectas utilizando un sistema de coordenadas cartesianas se comprueba que las dos ecuaciones representan la misma recta.

WEB @

http://descartes.cnice.mec.es/Algebra/sist_ecu_mdp/unidad_didactica.htm

También en esta página y en la misma escena, se dice que si el sistema tiene infinitas soluciones, las rectas son coincidentes.

En la escena se pueden introducir las ecuaciones de diferentes sistemas y comprobar como son las rectas que lo forman.

CD

En la pestaña Actividades/Ejercicios modo examen/Unidad 8, *encontrarás varios ejercicios interactivos, para repasar la unidad.*

Ejercicios

13 Dadas las rectas:

$$r\colon 3x - 2y = -1$$

$$s\colon 6x + y = 2$$

a) Estudia su posición relativa.

b) Representa las dos rectas en el mismo sistema de coordenadas cartesianas.

14 Dadas las rectas:

$$r\colon 3x - 2y = -1$$

$$s\colon -9x + 4y = 6$$

a) Estudia su posición relativa.

b) Representa las dos rectas en el mismo sistema de coordenadas cartesianas.

15 Dada la recta de ecuación:

$$r\colon y = 5x - 4$$

a) Escribe la ecuación de una recta paralela a r.

b) Escribe la ecuación de una recta secante a r.

c) Escribe la ecuación de una recta coincidente con r.

16 Dada la recta de ecuación $y = 3x - 5$, escribe la ecuación de la recta paralela:

a) Que pasa por el origen de coordenadas.

b) Que pasa por el punto de coordenadas (0, 6).

c) De ordenada en el origen 9.

1 **Determina la ecuación de la recta s: $y = mx + n$, sabiendo que corta a la recta r: $3x + 4y = 7$ en el punto de coordenadas (1, 1) y la ordenada en el origen es 3.**

Datos conocidos

Punto de intersección de las dos rectas: (1, 1)

La ordenada en el origen de la recta s, $n = 3$

Incógnita

La pendiente m de la recta s.

Como la ordenada en el origen es $n = 3$, la ecuación de la recta s es:

$$y = mx + 3$$

Las coordenadas del punto de intersección de las dos rectas verifican la ecuación de la recta s: $1 = m1 + 3$

Luego la pendiente es $m = -2$.

La ecuación de la recta s es $y = -2x + 3$

2 **Los puntos $A(2, 3)$ y $C(8, 3)$ son las coordenadas de los extremos de la diagonal mayor de un rombo. Si un extremo de la diagonal menor es el punto $B(5, 2)$, se pide:**

a) Calcular las ecuaciones de las rectas que determinan los lados del rombo.

b) Calcular las coordenadas del vértice D.

Datos conocidos

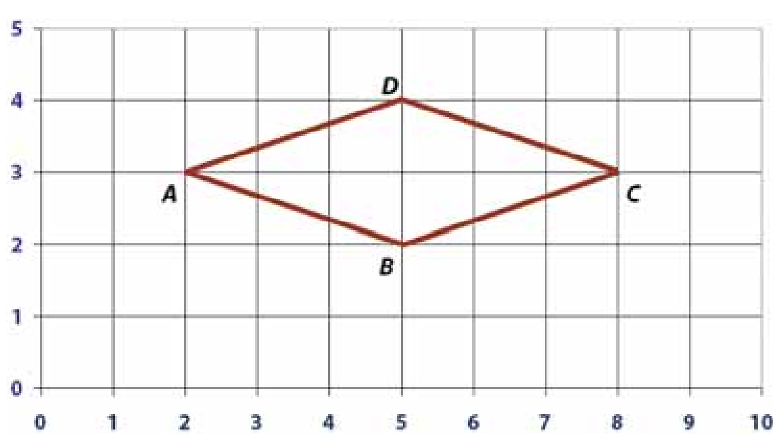
Un rombo es un cuadrilátero de lados opuestos paralelos e iguales.

Las coordenadas de los vértices A, B y C.

Incógnitas

Coordenadas del vértice D.

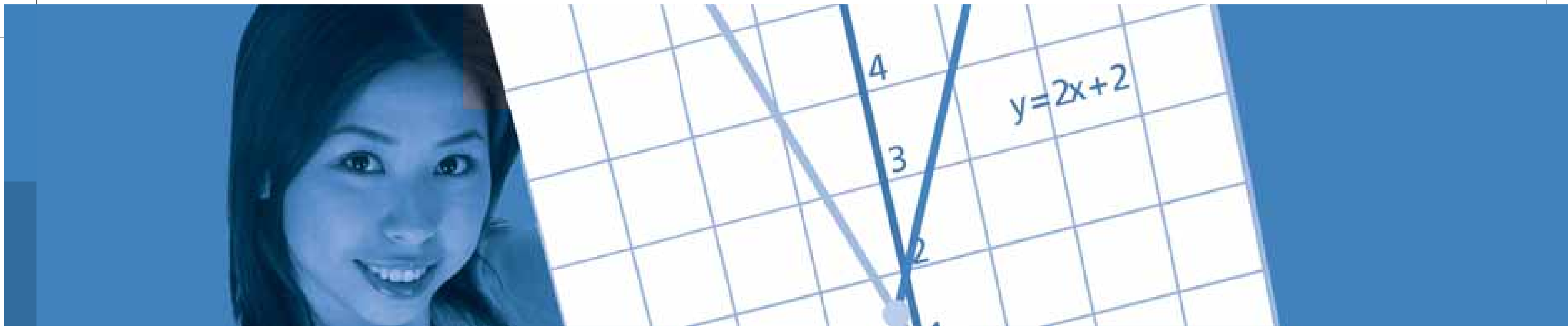
Ecuaciones de los lados AB, BC, CD y DA.



Para determinar las ecuaciones de los lados AB y BC se tiene en cuenta que son rectas que pasan por dos puntos de coordenadas conocidas.

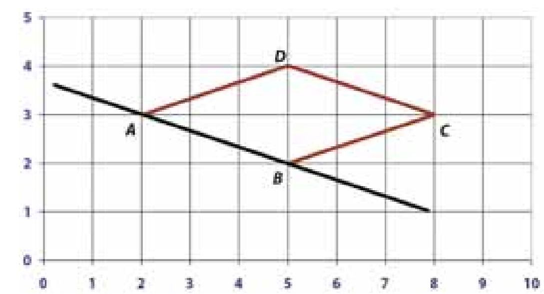
Como la ecuación de una recta es $y = mx + n$, si la recta AB pasa por los puntos $A(2, 3)$ y $B(5, 2)$ se tiene el sistema:

$$\begin{cases} 3 = 2m + n \\ 2 = 5m + n \end{cases}$$



Resolviendo por el método de reducción se obtiene:

$$m = -\frac{1}{3} \text{ y } n = \frac{11}{3}$$



La ecuación de la recta que pasa por los puntos *A* y *B* es $y = -\frac{1}{3}x + \frac{11}{3}$.

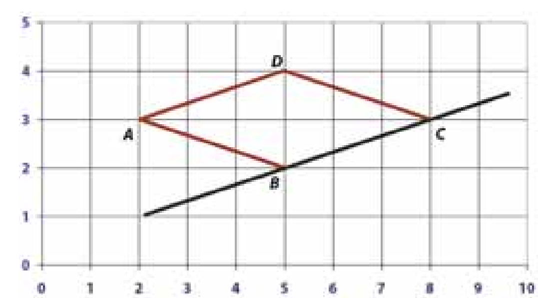
Como la recta *BC* pasa por los puntos *B*(5, 2) y *C*(8, 3) se tiene el sistema:

$$\begin{cases} 2 = 5m + n \\ 3 = 8m + n \end{cases}$$

Resolviendo por el método de reducción se obtiene:

$$m = \frac{1}{3} \text{ y } n = \frac{1}{3}$$

La ecuación de la recta que pasa por los puntos *B* y *C* es $y = \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$.



La recta determinada por el lado *AD* es paralela a la recta determinada por el lado *BC*. Sus pendientes son iguales.

La ecuación de la recta determinada por el lado *AD* es $y = \frac{1}{3}x + n$.

El valor de *n* se obtiene teniendo en cuenta que pasa por el vértice *A*.

$$3 = \frac{1}{3} \cdot 2 + n \;\langle\; n = \frac{7}{3}$$

La ecuación de la recta determinada por el lado *AD* es $y = \frac{1}{3}x + \frac{7}{3}$.

De forma análoga se obtiene la ecuación de la recta determinada por el lado *CD*.

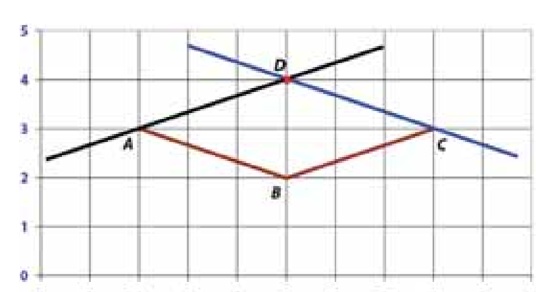
Como $y = \frac{-1}{3}x + n$ y pasa por el punto *C*(8, 3) se tiene $n = \frac{17}{3}$.

La ecuación de la recta que pasa por los puntos *C* y *D* es $y = \frac{-1}{3}x + \frac{17}{3}$.

El vértice *D* es el punto de corte de las rectas *AD* y *CD*.

Para obtener las coordenadas del punto *D* se resuelve el sistema:

$$\begin{cases} y = \frac{1}{3}x + \frac{7}{3} \\ y = -\frac{1}{3}x + \frac{17}{3} \end{cases}$$



Por el método de igualación:

$$\frac{1}{3}x + \frac{7}{3} = -\frac{1}{3}x + \frac{17}{3} \;\langle\; x + 7 = -x + 17 \;\langle\; x = 5$$

Si $x = 5$ sustituyendo en una de las ecuaciones del sistema $y = 4$.

El vértice *D* es el punto de coordenadas (5, 4).

8 EJERCICIOS PROPUESTOS

La función lineal. Características

1 Representa las funciones lineales:

a) $y = -5x$ b) $y = \frac{1}{4}x$ c) $y = 7x$

d) $y = -\frac{2}{3}x$ e) $y = \frac{1}{5}x$ f) $y = \frac{4}{3}x$

2 Representa la función lineal en los casos:

a) Pasa por el punto de coordenadas (3, 5).

b) Pasa por el punto de coordenadas (2, 4).

3 Comprueba si los siguientes puntos pertenecen a la gráfica de la función lineal $y = \frac{2}{3}x$:

a) $A(0, 0)$ b) $B(2, -8)$

c) $C\left(\frac{2}{3}, \frac{1}{2}\right)$ d) $D\left(-\frac{1}{4}, \frac{1}{3}\right)$ e) $E\left(-\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}\right)$

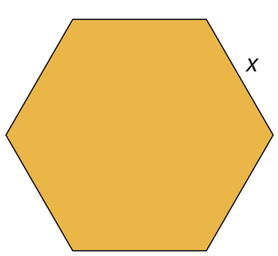
4 Sabiendo que un litro de gasóleo vale 0,95 €, se pide:

a) Construye la tabla de valores que relaciona los litros de gasóleo consumidos y el precio.

b) ¿Cuál es la función asociada a la situación?

c) Representa la función.

5 La longitud del lado de un hexágono regular es x centímetros. Expresa el perímetro del hexágono en función de la longitud del lado. Representa la gráfica de la función.



6 La gráfica de una función lineal pasa por el punto $P(-6, -3)$. ¿Cuál es su pendiente?

7 Si la pendiente de una función lineal es -2, ¿la función puede ser creciente?

8 La gráfica de una función lineal pasa por el punto $P(-2, 4)$. Representa la función e indica sus características.

9 Un peregrino camina a una velocidad de 4,5 km/h. Representa en unos ejes de coordenadas cartesianas la gráfica de la función que relaciona el espacio recorrido por el peregrino con el tiempo que emplea en recorrerlo.

Si en la etapa que ha realizado hoy ha tardado 5 h 40 min, ¿qué distancia ha recorrido?

10 La velocidad de propagación del sonido en el aire es de 340 m/s.

a) Representa la gráfica de la función que relaciona la distancia recorrida por el sonido en función del tiempo.

b) Si el tiempo que transcurre desde que un observador ve un relámpago hasta que oye el trueno es de 5 segundos, ¿a qué distancia del observador está la tormenta?

La función afín. Características

11 Representa la gráfica de las funciones:

a) $y = \frac{2}{5}x + 2$ b) $y = -\frac{3}{2}x + 1$ c) $y = 2x - 6$

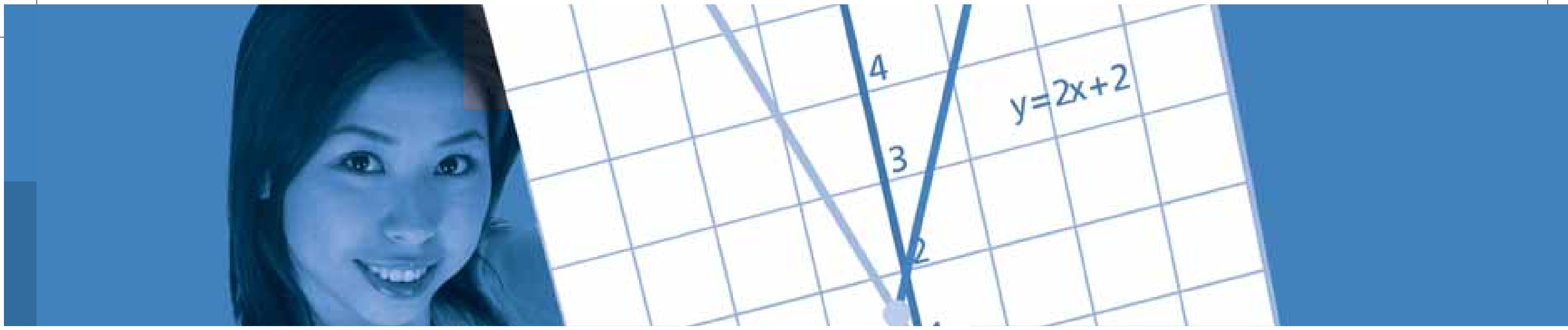
12 Indica qué funciones son lineales o afines y si son crecientes o decrecientes. Determina en cada caso el punto de intersección de la gráfica con el eje de ordenadas.

a) $y = 3x - 2$ b) $y = -\frac{1}{2}x + 4$ c) $y = -4x$

d) $y = \frac{2}{7}x$ e) $y = 4$ f) $y = -4$

13 Estudia las características de las funciones:

a) $y = -x - 4$ b) $y = 3x + 1$ c) $y = -2x + 1$

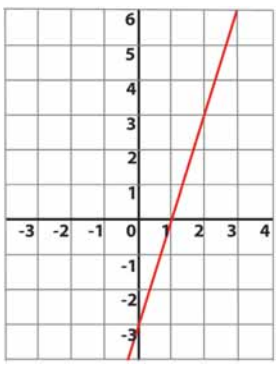


14 Asocia cada función con su gráfica:

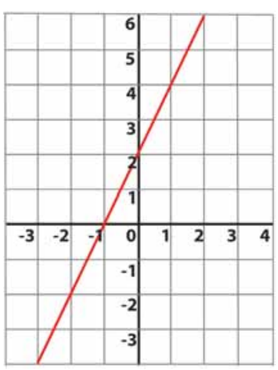
a) $y = 3x - 3$ b) $y = 2x + 2$

c) $y = -x + 4$ d) $y = -x$

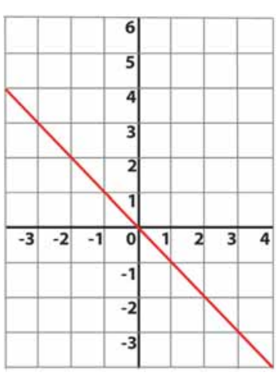
1)



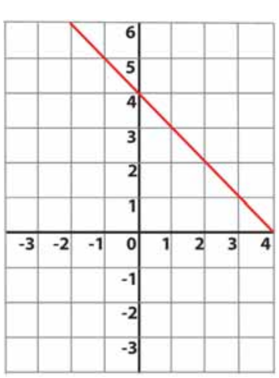
2)



3)

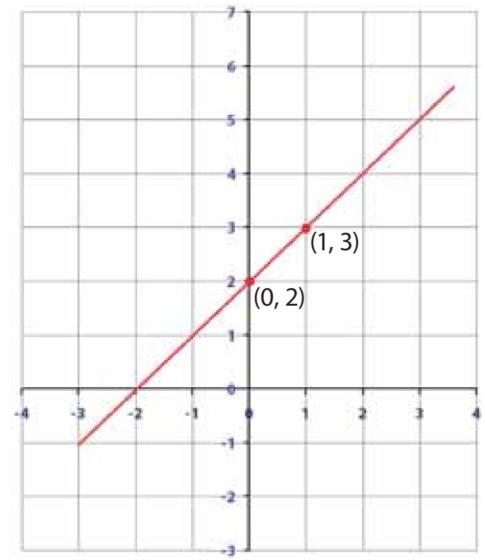


4)

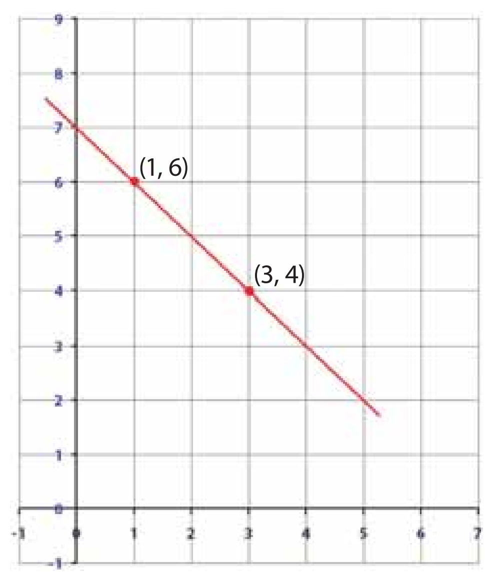


15 Obtén la función asociada a cada una de las siguientes gráficas:

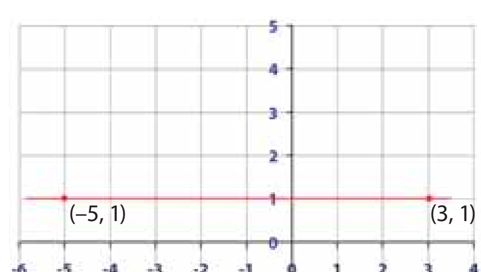
a)



b)



c)



8 EJERCICIOS PROPUESTOS

16 Dada la función $y = \frac{2}{3}x - 2$, obtén un punto de la gráfica situado en el primer cuadrante y otro situado en el tercer cuadrante.

17 Describe las características de las funciones:

a) $y = -2x - 1$ b) $y = 3x - 6$

18 ¿Cuántas funciones afines tienen pendiente –4? Razona la respuesta.

19 Escribe una función afín con pendiente –6 en cada uno de los siguientes casos:

a) Pasa por los cuadrantes primero, segundo y cuarto.

b) Pasa por los cuadrantes segundo, tercero y cuarto.

20 Los lados de un cuadrado de 4 centímetros de longitud se aumentan *x* centímetros. ¿Cuál es la función que relaciona el perímetro con el lado del cuadrado? Representa la gráfica de la función.

21 La cuota anual de un club de montañeros es de 30 € y por asistir a cada excursión que se organiza se abonan 10 € para cubrir los gastos extraordinarios.

a) Construye una tabla de valores para expresar la cantidad que paga cada socio en función del número de excursiones que realice.

b) Representa gráficamente los resultados obtenidos en la tabla.

c) ¿De qué clase es la función asociada a la situación? ¿Por qué?

22 Con 80 m de alambrada se quiere cercar un campo rectangular. ¿Cuál es la expresión de la función que relaciona la medida de los lados del rectángulo con el perímetro?

23 La tarifa de un taxi es 1,75 € por la bajada de bandera y 1,35 € por cada kilómetro recorrido.

a) ¿Cuál es el precio de un viaje de 10 km?

b) Elabora una tabla con los precios que hay que pagar según los kilómetros que se recorren.

c) Si se representa la gráfica asociada a la situación, ¿tiene sentido unir todos los puntos obtenidos?

24 Un contrato de conexión a internet cuesta 20 € mensuales más 0,60 € por cada hora de conexión.

a) ¿Qué cantidad debe pagar un usuario que ha utilizado el servicio 15 horas en el último mes?

b) ¿Y si ha usado la conexión durante 10 h 35 min?

c) Representa la gráfica de la función asociada.

Ecuación de la recta

25 Averigua si los puntos $A(-1, 3)$, $B(1, 9)$ y $C(4, 2)$ pertenecen a la misma recta.

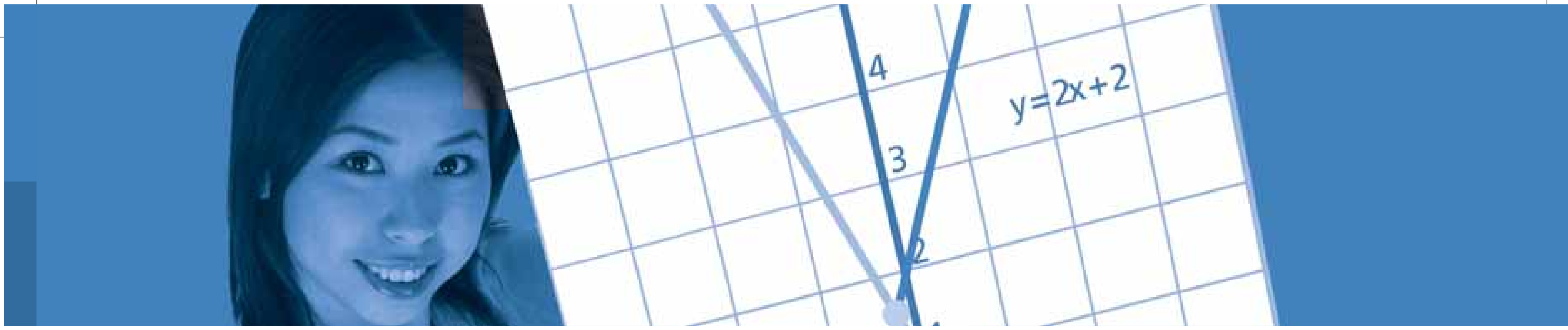
26 Halla la ecuación de la recta que pasa por los puntos (2, 5) y (–2, 1).

27 Halla la ecuación de la recta que tiene pendiente $\frac{1}{3}$ y pasa por el punto (3, 1).

28 Halla la ecuación de la recta de pendiente $\frac{1}{3}$ y ordenada en el origen 2.

29 Halla la ecuación de la recta de pendiente –5 y que pasa por el punto (2, –3).

30 Determina la recta que pasa por los puntos $A(4, 2)$ y $B(2, -2)$. Calcula el valor de *m* para que el punto $(m, 6)$ pertenezca a la recta.



31 Dado el triángulo de vértices $A(2, 4)$, $B(-2, -4)$ y $C(1, 1)$, determina:

a) La ecuación de las rectas que contienen los lados del triángulo.

b) La ecuación de la recta que pasa por el vértice C y es paralela al lado AB.

32 Dadas las siguientes tablas de valores, indica cuáles de ellas representan una función afín o lineal. En caso afirmativo obtén su expresión algebraica.

x	–3	–2	0	1	2
y	9	6	0	–3	–6

x	–3	–2	0	1	2
y	–1	1	5	7	9

33 Calcula la pendiente y la ordenada en el origen de las rectas cuyas ecuaciones son:

a) $2x + 3y = 7$ b) $6x - 4y = -12$ c) $x + y = 3$

34 Los extremos de la diagonal mayor de un cuadrilátero son los puntos $A(4, -1)$ y $C(4, -5)$. Uno de los extremos de la diagonal menor es el punto $D(3, -3)$. Calcula:

a) Las coordenadas del extremo B de la diagonal menor.

b) La ecuación de las rectas determinadas por las diagonales.

c) Coordenadas del punto de corte de las diagonales.

Posición relativa de dos rectas

35 Indica qué rectas son paralelas:

a) $y = 3$ b) $y = -5x + 2$ c) $y = 21 - 5x$

d) $y = 7x$ e) $y = -5x$ f) $y = -5$

g) $y = -3 - 7x$ h) $2y = -10x - 2$

36 Halla la ecuación de la recta en los siguientes casos:

a) Es paralela a la recta r: $y = 2x - 7$ y pasa por el origen de coordenadas.

b) Es secante a la recta r: $y = 5x - 3$ en el punto $(1, 2)$ y tiene de pendiente -2.

c) Es coincidente con r: $y = 2x - 6$ y el coeficiente de x es -6.

37 Determina la posición relativa de las rectas:

$$r: 2x + 3y = 7 \text{ y } s: x - 6y = -4$$

38 Determina el punto de corte de las rectas:

$$r: x - y = 3 \text{ y } s: 2x + 5y = 13$$

39 Resuelve gráficamente el sistema de ecuaciones:

$$\left.\begin{array}{r} 3x - 2y = -7 \\ -5x + 2y = 5 \end{array}\right\}$$

40 Determina la ecuación de la recta que pasa por el punto $(1, 5)$ y es paralela a la recta de ecuación $y = 2x - 6$.

41 Determina la ecuación de la recta que pasa por el punto $(4, 7)$ y es paralela a la recta de ecuación $y = 2x - 3$.

42 Tres vértices de un cuadrado son los puntos $A(-1, 4)$, $B(-4, 1)$ y $C(-1, -2)$. Calcula:

a) La ecuación de las rectas que determinan cada uno de los lados.

b) Las coordenadas del vértice D.

43 Determina las coordenadas de los vértices del triángulo cuyos lados están sobre las rectas:

$r: 2x - y = 0$ $s: 2x + y = 2$ $t: \frac{1}{2}x - y = 4$

44 Razona si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:

a) La recta $y = 3x - 3$ corta a la recta $y = -2x + 5$.

b) Cualquier recta paralela a $y = 3x - 3$ corta a $y = -2x + 5$.

c) Las funciones constantes determinan rectas paralelas.

d) Las rectas $y = -3x + 3$ e $y = 3x + 3$ son paralelas.

45 Dadas las ecuaciones de dos rectas r y s, ¿cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas?

a) Si al resolver el sistema formado por las ecuaciones de r y s se obtiene $0x = 0$, las dos rectas son paralelas.

b) Si al resolver el sistema formado por las ecuaciones de r y s se obtiene $6x = 0$, las rectas son coincidentes.

c) Si al resolver el sistema formado por las ecuaciones de r y s se obtiene $0x = 7$, las rectas son paralelas.

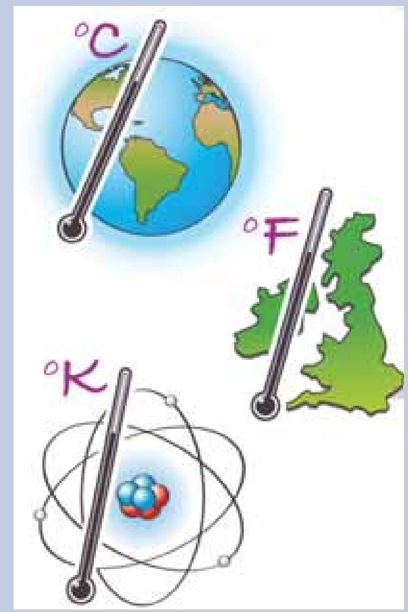
8 PARA REPASAR EN GRUPO

Elabora con tu grupo de trabajo un esquema con los siguientes conceptos de la Unidad y pon un ejemplo de cada uno de ellos.

CONCEPTO	*DEFINICIÓN*
Función lineal	Es una función de expresión algebraica: $y = mx$ La gráfica de una función lineal es una línea recta que pasa por el origen de coordenadas.
Pendiente de una función lineal	Es el coeficiente ***m.*** Expresa el aumento o disminución de la variable dependiente por cada unidad de la variable independiente.
Función afín	Es una función de expresión algebraica: $y = mx + n, \quad n \neq 0$ La gráfica de una función afín es una recta que pasa por el punto de coordenadas $(0, n)$. El coeficiente ***m*** representa la **inclinación** o ***pendiente*** de la recta.
Posición relativa de dos rectas en el plano	**Rectas secantes:** Las dos rectas se cortan en un punto. El sistema formado con las ecuaciones de las rectas es **compatible determinado.** **Rectas paralelas:** Las dos rectas no se cortan. El sistema formado con las ecuaciones de las rectas es **incompatible.** **Rectas coincidentes:** El sistema formado con las ecuaciones de las rectas es **compatible indeterminado.**

CURIOSIDADES, JUEGOS Y DESAFÍOS

LAS FUNCIONES AFINES EN LA VIDA COTIDIANA



La temperatura se puede medir en grados Celsius (grados centígrados), grados Fahrenheit o en grados Kelvin. La escala de medida en grados Celsius es utilizada en gran parte del mundo, la escala Fahrenheit en los países anglosajones y la escala Kelvin entre los científicos.

Si se indican las escalas con las letras

C para la escala Celsius
F para la escala Fahrenheit
K para la escala Kelvin

la transformación de unidades se realiza mediante las funciones afines:

$$K = C + 273 \qquad F = 1{,}8\,C + 32$$

De esta forma se puede decir que el punto de congelación del agua es:

$$0°\,C \;\text{ o }\; 32°\,F \;\text{ o }\; 273°\,K$$

y el punto de ebullición del agua es:

$$100°\,C \;\text{ o }\; 212°\,F \;\text{ o }\; 373°\,K$$

Hay más usos de las funciones afines para determinar las relaciones entre las magnitudes. Por ejemplo, se puede obtener el peso que correspondería a una persona en función de su estatura. La relación entre las dos magnitudes viene dada por la función afín:

$$y = \frac{3}{4}x - \frac{250}{4} \quad (x \text{ es la estatura en cm})$$

Utilizando esta función puedes calcular el peso que correspondería a tu estatura.

DESAFÍO MATEMÁTICO

Cuando una empresa fabrica un determinado artículo para lanzarlo al mercado, previamente ha realizado un estudio de la oferta que debería hacerse para cubrir la demanda de ese artículo por parte de los consumidores. Esto es así porque si el precio de un producto es alto, aunque deje más margen de ganancias tiene menos compradores. Y, por el contrario, si el precio es más bajo tendrá más compradores pero habrá menor margen de ganancias.

A las empresas les interesa que la demanda del producto sea acorde con la oferta del mismo para que no haya pérdidas económicas. Para ello estudian la relación *oferta-precio* y *demanda-precio* buscando el punto de equilibrio para conseguir los máximos beneficios.

Imagina que una empresa fabrica reproducciones de películas en DVD.

La oferta viene dada por la función $y = \frac{x}{200} + 10$, donde y es el precio en euros y x el número de películas ofertadas.

La demanda viene dada por la función $y = \frac{x}{50} + 10$, donde y es el precio en euros y x el número de películas demandadas.

¿Cuál es el punto de equilibrio entre la oferta y la demanda?

Haz un estudio conjunto de ambas funciones afines y saca las conclusiones más oportunas.