TEMA 5. Sistemas de ecuaciones y de inecuaciones.

Sistemas de ecuaciones

Resolver un sistema es hallar los valores de las incógnitas que satisfagan todas las ecuaciones. Para ello, se han de transformar las ecuaciones que lo componen con objeto de que dichas soluciones se obtengan de manera inmediata, despejando.

Las transformaciones recomendadas son:

1. Multiplicar todos los términos de una ecuación por un número.
2. Sumar o restar a una ecuación otra ecuación, buscando que se elimine alguna incógnita.
3. Cuando se conozca el valor de una incógnita sustituir su valor en las ecuaciones restantes.

Sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas Su forma más simple es $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$

Hay varios métodos de resolución: sustitución, igualación, reducción.

Pueden ser: compatibles determinados, si tienen una única solución; compatibles indeterminados, si tienen infinitas soluciones; incompatibles, si no tienen solución.

Interpretación geométrica de un sistema: un sistema de dos ecuaciones se puede interpretar como un par de rectas, cuya posición en el plano determinará el tipo de sistema de que se trate.

Discutir un sistema consiste en determinar de qué tipo es, compatible o incompatible, dependiendo del valor que tomen los coeficientes y los términos independientes

Sistemas de tres ecuaciones y tres incógnitas. Son de la forma: $\begin{cases} ax+by+cz=d \\ a'x+b'y+c'z=d' \\ a''x+b''y+c''z=d'' \end{cases}$

Solución: valores x_0, y_0, z_0 que satisfacen simultáneamente las tres ecuaciones.

Para resolver estos sistemas conviene emplear el método de Gauss, con el fin de dejarlo en la forma $\begin{cases} ax+by+cz=d \\ \quad b_1 y+c_1 z=d_1 \\ \qquad\quad c_2 z=d_2 \end{cases}$. Este sistema se resuelve fácilmente de "abajo" a "arriba".

Aplicaciones: planteamiento y resolución de problemas de sistemas.

Discutir un sistema consiste en determinar de qué tipo es, compatible o incompatible, dependiendo del valor que tomen los coeficientes y los términos independientes, que pueden darse en función de un parámetro.

Sistemas no lineales. En ellos, alguna de las ecuaciones que lo forman no es lineal. Suelen resolverse empleando el método de sustitución.

Sistemas de inecuaciones lineales con una incógnita. Son de la forma: $\begin{cases} ax+b \geq 0 \\ a'x+b' \geq 0 \end{cases}$

La solución de estos sistemas se obtiene resolviendo, por separado, cada una de las inecuaciones que lo componen y hallando los valores comunes a las soluciones encontradas.

Sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas. Son de la forma $\begin{cases} ax+by \geq c \\ a'x+b'y \geq c' \end{cases}$

Un punto (x_0, y_0) es solución del sistema si lo es de cada una de las inecuaciones. El conjunto de soluciones viene dado por la región del plano común a las regiones solución de cada una de las inecuaciones. Por tanto, se debe resolver cada inecuación del sistema por separado y a continuación hallar la región del plano común a todas esas inecuaciones.